

114 學年度分科測驗

數學乙考科非選擇題評分原則

數學乙考科的題型有選擇、選填與混合題(含非選擇題)。114 學年度分科測驗數學乙考科的非選擇題共有 4 題，包含第 14、15、17、18 題。其中第 14 題為 6 分；第 15 題為 4 分；第 17 題為 4 分；第 18 題為 8 分，總計 22 分。

非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理論證過程，答題時應清楚表達如何依據題設進行推論，並詳細說明解題過程，且得到正確答案，方可得到滿分。若能清楚表達如何依據正確題設進行推論，並詳細說明解題過程，但最後未求出正確答案，會依據解題概念的完整性，酌給部分分數。若未能依據正確題設進行推論，或未能詳細說明解題過程，則不予給分。例如沒有解題過程；或利用錯誤推論；或使用不符合題設的數據作答，均不給分。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 9 月 15 日出刊的第 349 期《選才電子報》。

114 學年度分科測驗數學乙考科非選擇題各大題的滿分參考答案說明如下：

第 14 題

一、滿分參考答案：

根據題意，函數 $y=f(x)$ 在 $x=-3$ 處有極小值、 $x=1$ 處有極大值，可得

$$f'(-3)=f'(1)=0。$$

設 $f'(x)=a(x+3)(x-1)=a(x^2+2x-3)$ ，其中 $a \neq 0$ ，

因為三次函數的反曲點(對稱中心)為極大值與極小值發生位置的中點，得

$$\text{反曲點 } x \text{ 坐標為 } \frac{-3+1}{2}=-1，$$

再由題意知 $f'(-1)=4$ ，以 $x=-1$ 代入 $f'(x)=a(x+3)(x-1)$ 解得 $a=-1$ 。

$$\text{故 } f'(x)=-(x+3)(x-1)=-x^2-2x+3。$$

二、評分原則：

滿分：以下三項均須正確

1. 根據題意條件，得出 $f'(-3)=f'(1)=0$ 。

2. 根據題意及反曲點定義，得出反曲點 x 坐標為 -1 ，且得出 $f'(-1)=4$ 。

3. 得出 $f'(x)=-x^2-2x+3$ ，且過程正確。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 15 題

一、滿分參考答案：

$$\begin{aligned}\int_{-3}^1 f'(x)dx &= \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3)dx \\ &= \left(-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x\right)\Big|_{-3}^1 = \left(-\frac{1}{3} - 1 + 3\right) - \left[-\frac{1}{3} \times (-27) - 9 + 3 \times (-3)\right] \\ &= \frac{32}{3}.\end{aligned}$$

二、評分原則：

滿分：以下兩項均須正確

1. 根據 $f'(x)=-x^2-2x+3$ ，求出 $f'(x)$ 的反導函數並以正確的上下限數值代入。

2. 求出定積分值為 $\frac{32}{3}$ ，且過程正確。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 17 題

一、滿分參考答案：

根據題設，甲面積為 x 公畝，乙面積為 y 公畝，其中 x, y 為非負實數。因此甲

面積、乙面積所設定的三個條件可以表示為聯立不等式：
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}。$$

二、評分原則：

滿分

將三個題幹條件轉換成數學式，得出正確的聯立不等式。例如
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}。$$

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。

第 18 題

一、滿分參考答案：

根據題意，得目標函數為 $P(x,y)=6x+7y$ ，依據聯立不等式
$$\begin{cases} x \leq 15 \\ x + y \leq 24 \\ x \leq 3y \\ y \leq 2x \end{cases}，$$

得可行解區域是以 (0,0)、(15,5)、(15,9)、(8,16) 為頂點所圍成的四邊形。

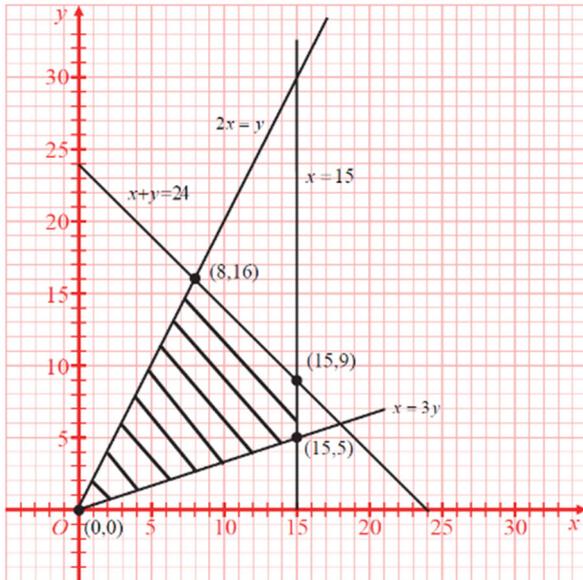
【解法一】頂點法

將可行解區域的頂點坐標代入目標函數

頂點 (x, y)	(0,0)	(15,5)	(15,9)	(8,16)
$P(x,y)=6x+7y$	0	125	153	160

比較頂點坐標分別代入目標函數後得到的數值之大小，得 $160 > 153 > 125 > 0$ 。

故當甲面積為 8 公畝、乙面積為 16 公畝時，可得最大獲利為 160 萬元。

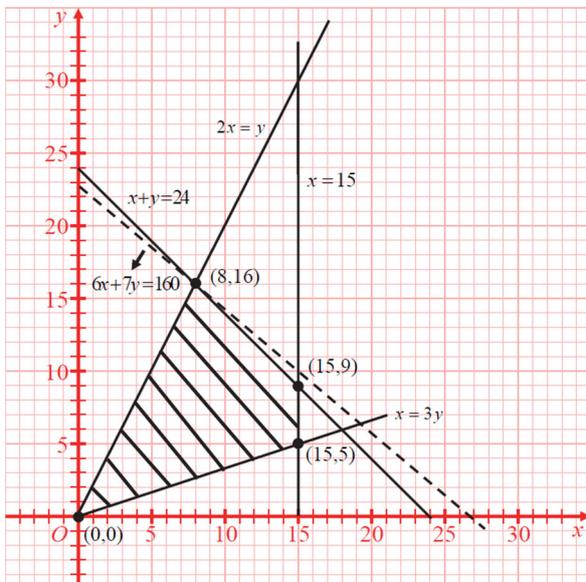


【解法二】 平行線法

設 $P(x,y)=6x+7y=k$ ， $k \geq 0$ ，則 $6x+7y=k$ 的斜率為 $-\frac{6}{7}$ 。

此外，由於直線方程式 $x+y=24$ 的斜率為 -1 ，

比較兩斜率 $-1 < -\frac{6}{7}$ ，由平行線法得，當 $x=8$ 、 $y=16$ 時，可得最大獲利為 160 萬元。



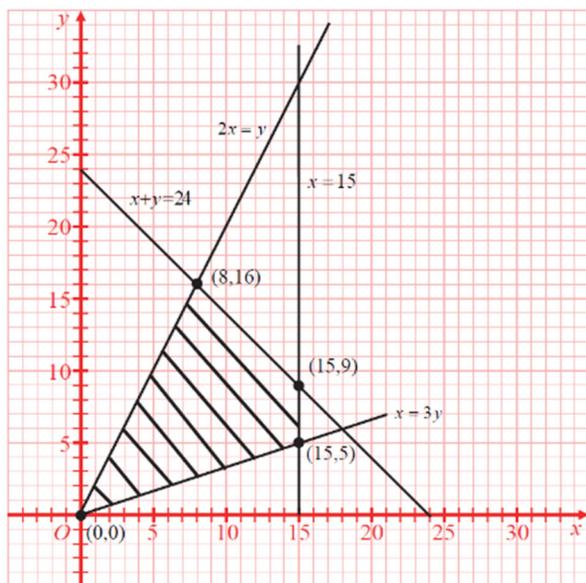
【解法三】 利用不等式

由 $y-2x \leq 0$ 及 $x+y \leq 24$ ，得 $6x+7y = \frac{1}{3}(y-2x) + \frac{20}{3}(x+y) \leq 160$ 。

故當 $\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 24 \end{cases}$ 成立，即 $x=8, y=16$ 時，得 $P(8,16)=160$ 。

且 $x=8, y=16$ 亦滿足 $x \leq 3y, x \leq 15$ ，故題意條件的不等式都滿足。

得最大獲利為 160 萬元。



二、評分原則：

滿分：以下三項均須正確

1. 根據題意條件，在作圖區畫出可行解區域(如滿分參考答案的附圖)。
2. 根據題意條件，得出正確的目標函數 $6x+7y$ 。
3. 以正確理由說明最大獲利為 160 萬元。例如：滿分參考答案的【解法一】須將四個頂點坐標代入目標函數，且得出四個正確的數值後，比較其大小關係；滿分參考答案的【解法二】須在作圖區正確畫出通過 $(8,16)$ ，且斜率為 $-\frac{6}{7}$ 的直線，並比較直線斜率 -1 與 $-\frac{6}{7}$ 之大小；滿分參考答案的【解法三】須由 $y-2x \leq 0$ 及 $x+y \leq 24$ 推得 $6x+7y \leq 160$ ，並說明當 $x=8, y=16$ 時，等號成立，且指出 $x=8, y=16$ 時滿足 $x \leq 3y, x \leq 15$ 。

部分給分

以上解題過程部分正確。

零分

未作答或未符合部分給分原則。