

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占35分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

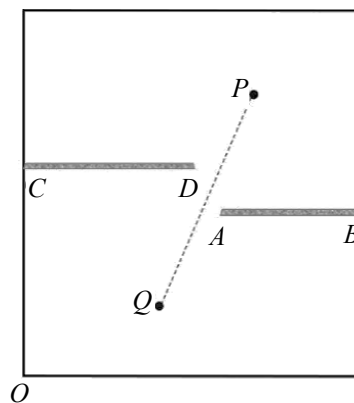
1. 某遊戲共有 210 位玩家，每位玩家均持有寶石，其中持有 1 顆的有 1 位，持有 2 顆的有 2 位，依此類推，持有 20 顆寶石的有 20 位。試問這些玩家每人持有寶石數量的第 90 百分位數為下列哪一個選項？

(1) 16 (2) 17 (3) 18 (4) 19 (5) 20

2. 已知 a, b, c 為實數，且滿足 $1 < a < 10$ 、 $b = \log a$ 、 $c = \log b$ ，試選出正確的選項。

(1) $c < 0 < b < 1$ (2) $0 < c < 1 < b$ (3) $0 < c < b < 1$
(4) $1 < c < b$ (5) $c < b < 0$

3. 某射擊遊戲的玩家要避開障礙物射擊目標。今在遊戲畫面中設立一直角坐標系，以長方形螢幕左下角點 O 為原點，螢幕下方的邊緣為 x 軸、螢幕左方的邊緣為 y 軸，目標物放在點 $P(12,10)$ 。畫面中有兩面牆（牆厚度可忽略不計），一面牆由點 $A(10,5)$ 水平延伸到點 $B(15,5)$ ，另一面牆由點 $C(0,6)$ 水平延伸到點 $D(9,6)$ ，如右圖之示意圖。若玩家在點 Q 可直線射擊點 P 的目標物，不會被兩面牆阻擋。下列哪一個選項有可能是點 Q 的坐標？



(1) (6,3) (2) (7,3) (3) (8,5) (4) (9,1) (5) (9,2)

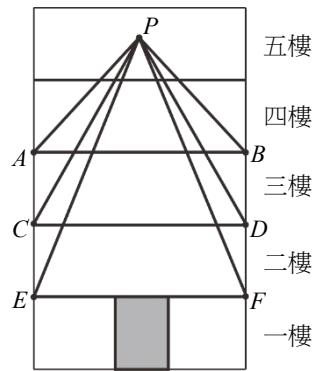
4. 已知坐標平面上有一向量 $\vec{v} = (-2,3)$ 及兩點 A 、 B ，且點 A 的 x 坐標和 y 坐標、點 B 的 x 坐標和 y 坐標都落在區間 $[0,1]$ 內，試問 $|\vec{v} + \vec{AB}|$ 的最大值為下列哪一個選項？

(1) $\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{17}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) 5 (5) $\sqrt{2} + \sqrt{13}$

5. 設二次函數 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 b, c 為實數。已知 $f(x-2) = f(-x-2)$ 對任意實數 x 均成立，且當 $-3 \leq x \leq 1$ 時， $f(x)$ 的最大值會是最小值的 4 倍，則 $f(x)$ 的最小值是下列哪一個選項？

- (1) 0 (2) $\frac{5}{3}$ (3) 3 (4) 4 (5) 6

6. 某大樓居民在大樓外牆展示聖誕樹造型燈飾，如圖所示，從五樓外牆某處 P 向四樓地板的兩端 A, B 拉小燈泡形成等腰三角形 PAB ，其中 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；向三樓地板的兩端 C, D 拉小燈泡形成等腰三角形 PCD ；向二樓地板的兩端 E, F 拉小燈泡形成等腰三角形 PEF 。假設每層樓等高且樓地板等長。若五樓地板在三角形 PAB 內部所截出的線段長度為樓地板長度的 $\frac{1}{3}$ ，則五樓地板在三角形 PEF 內部所截出的線段長度是樓地板長度的幾分之幾？（燈飾粗細可忽略不計）



- (1) $\frac{1}{7}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{2}{9}$ (5) $\frac{1}{4}$

7. 有一城市分為東、西兩區。兩區各有一個氣溫偵測站，該城市當天的最高溫（單位：攝氏度）是取這兩區當天氣溫的最大值來記錄。下表顯示東、西兩區某月（共 30 天）每日最高溫分布的情形。

溫度 t	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
東區（天數）	0	11	14	5
西區（天數）	3	12	15	0

根據上表，該城市當月每日最高溫分布的情形如下表。

溫度 t	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
天數	A	B	C	D

試選出有可能為數組 (A, B, C, D) 的選項。

- (1) (0,15,15,0) (2) (3,12,15,5) (3) (0,9,16,5) (4) (3,7,15,5) (5) (0,12,13,5)

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 已知正實數數列 a, b, c, d, e 為等比數列，且 $a < b < c < d < e$ ，試選出下列為等比數列的選項。
- (1) $a, -b, c, -d, e$
 - (2) e, d, c, b, a
 - (3) $\log a, \log b, \log c, \log d, \log e$
 - (4) $3^a, 3^b, 3^c, 3^d, 3^e$
 - (5) abc, bcd, cde
9. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + 5x + 1$ 後，所得出的商式為 $x^3 + 7x^2 + x + 3$ ，試選出下列可能為 $f(x)$ 的選項。
- (1) $2(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1)$
 - (2) $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) - x$
 - (3) $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + x^2$
 - (4) $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x$
 - (5) $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x^2$
10. 有兩個光點在一條長度為 120 公分的直線形軌道上移動，碰到端點就反向繼續移動。一開始兩點分別在軌道的兩端相向而動，光點 A、光點 B 的移動速率分別為每秒 5 公分及每秒 10 公分。試選出正確的選項。
- (1) 兩個光點第一次相遇的位置，與其中一個端點的距離為 40 公分
 - (2) 光點 A 的位置呈週期現象，週期為 24 秒
 - (3) 當光點 A 回到 A 的出發點時，光點 B 也在 B 的出發點
 - (4) 兩個光點第二次相遇在其中一個端點上
 - (5) 兩個光點在軌道上共有 3 個不同的相遇位置

11. 某國家過去五年的碳排放總量，由第 1 年的 X 億公噸二氧化碳當量 (CO₂e) 下降至第 5 年的 Y 億公噸二氧化碳當量 (CO₂e)，達到每年平均減碳 5% 的效益，亦即 $Y = (1 - 0.05)^4 X$ 。將五年的碳排放總量與年成長率記錄如下表，其中

第 n 年碳排放成長率 = $\frac{(\text{第 } n \text{ 年碳排放總量}) - (\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量})}{\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量}}$ ， $n = 2, 3, 4, 5$ 。

	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
碳排放總量 (億公噸 CO ₂ e)	X	A	B	C	Y
碳排放年成長率		-0.07	p	q	r

試選出正確的選項。

- (1) $A = 0.93X$
- (2) $Y \leq 0.8X$
- (3) $\frac{-0.07 + p + q + r}{4} = -0.05$
- (4) $\sqrt[4]{\frac{Y}{X}} - 1 = -0.05$
- (5) $0.93(1 + p)(1 + q)(1 + r) = (0.95)^4$

12. 小明寫了一個程式讓機器人在 2×2 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人該次會停在原地。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 A 。令執行程式 n 次後，機器人停留在 A 、 B 、 C 、 D 的機率分別為 a_n 、 b_n 、 c_n 和 d_n 。試選出正確的選項。

- (1) $b_1 = \frac{1}{4}$
- (2) $b_2 = \frac{1}{8}$
- (3) $a_2 + d_2 = \frac{3}{4}$
- (4) $b_{99} = c_{99}$
- (5) $a_{100} + d_{100} > \frac{1}{2}$

A	B
C	D

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知 a, b, c, d 為實數，且 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。若 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2a+1 \\ 2b+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ，則 $c-3d$ 的值為

$\frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\quad}$ 。

14. 某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B ，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的 $\frac{3}{10}$ 。報考數學 A 的學生中有 $\frac{5}{8}$ 的學生同時也報考數學 B 。則只報考

數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例為 $\frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}$ 。（化為最簡分數）

15. 已知 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R 為平面上相異五點，其中 P_1, P_2, R 三點不共線，且滿足

$\overrightarrow{P_1R} = 4\overrightarrow{P_1Q_1}$ ， $\overrightarrow{P_2R} = 7\overrightarrow{P_2Q_2}$ ，則 $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \frac{\textcircled{15-1}}{\quad} \overrightarrow{P_1Q_1} + \frac{\textcircled{15-2} \textcircled{15-3}}{\quad} \overrightarrow{P_2Q_2}$ 。

16. 在空間坐標系中，有一球心坐標在 $O(0,0,0)$ 且北極點在 $N(0,0,2)$ 的地球儀。已知球面上點 A 坐標為 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$ ，赤道上距離點 A 最遠的點為點 P ，則在通過點 A 、點 P 的大圓上

這兩點的劣弧長為 $\frac{\textcircled{16-1} \pi}{\textcircled{16-2}}$ 。（化為最簡分數）

17. 在一圓的圓周上取 12 個等分點並以順時針方向依序編 1 號至 12 號。由這 12 個點任取 3 點為頂點所形成的三角形中，三個內角的角度由小到大會成等差數列的三角形有

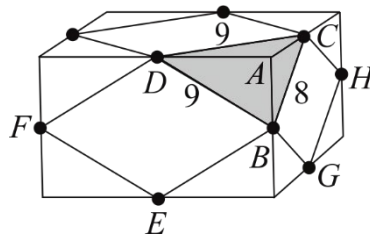
17-1 17-2 個。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。
選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

如圖所示，考慮長方體的石塊上某一頂點 A 及包含點 A 的一個面，令這個面的各邊中點分別為 B, E, F, D 。此長方體上包含點 B 的另一個面，令其各邊中點分別為 B, C, H, G 。已知 $\overline{BC} = 8, \overline{BD} = \overline{DC} = 9$ 。現將此石塊截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點。根據上述，試回答下列問題。



18. 截角後的石塊為幾面體？（單選題，3 分）

- (1)八面體 (2)十面體 (3)十二面體 (4)十四面體 (5)十六面體

19. 試求 $\triangle BCD$ 的面積。（非選擇題，4 分）

20. 試求 \overline{AD} 的長度與四面體 $ABCD$ 的體積，並求此四面體以 $\triangle BCD$ 為底面時，頂點 A 到底面的高度。（角錐體積 = $\frac{\text{底面積} \times \text{高}}{3}$ ）（非選擇題，8 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數

$$r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$