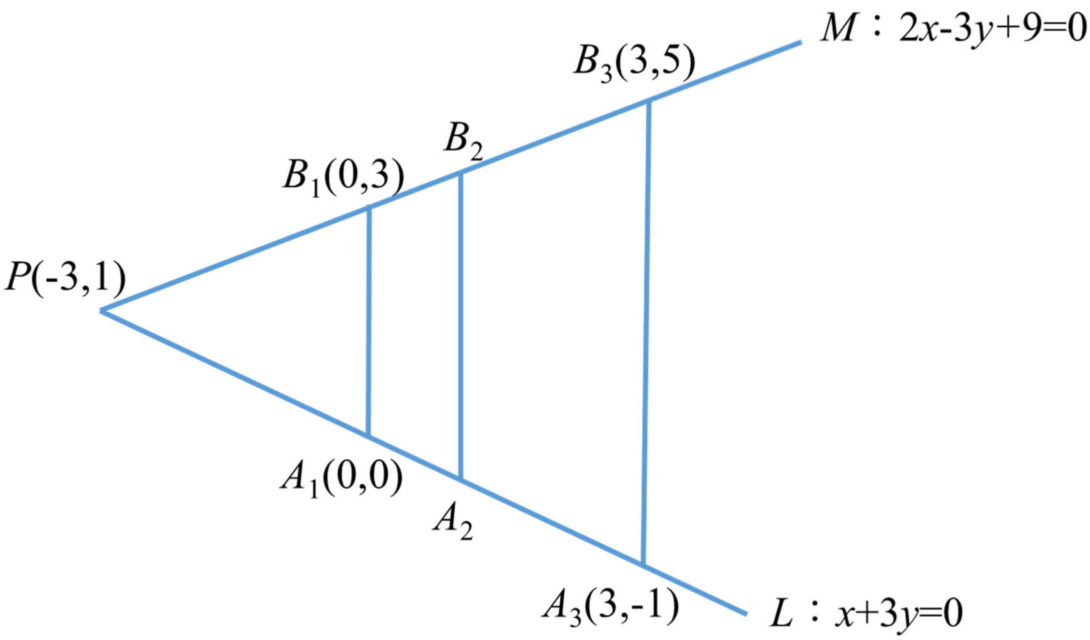
# 112 學年度學科能力測驗數學 B 考科
# 非選擇題滿分參考答案與評分原則

112 年學科能力測驗數學 B 考科的非選擇題共有 2 題，其中第 19 題每題為 6 分；第 20 題每題為 6 分，總計 12 分。

本文謹提供非選擇題各題滿分參考答案與評分原則供各界參考，詳細評分原則說明與部分學生作答情形，請參閱本中心將於 4 月 17 日出刊的第 336 期《選才電子報》。以下提供 112 年學科能力測驗數學 B 考科中，非選擇題各題的滿分參考答案及評分原則：

## 第 19 題

一、滿分參考答案：




解聯立方程式 $\begin{cases} 2x-3y+9=0 \\ x+3y=0 \end{cases}$，得 $P(-3,1)$。

**【法一】**

因為 $\overrightarrow{PA_3}=2\overrightarrow{PA_1}$，所以 $A_1$ 為 $P$ 與 $A_3$ 的中點。由 $P(-3,1)$ 得 $A_3$ 的坐標為 $(3,-1)$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}=6$，故 $B_3$ 的坐標為 $(3,5)$。

**【法二】**

因為 $\Delta PA_1B_1 \sim \Delta PA_3B_3$、$\overline{PA_3} = 2\overline{PA_1}$，所以 $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$。

因為 $P(-3,1)$ 得 $B_3$ 的坐標為 $(3,5)$。

**【法三】**

因 $\overline{A_1B_1} = 3$，得 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$。

設 $B_3(x,y)$，所以 $A_3(x,y-6)$，將 $A_3$ 代入 $L$ 方程式，得 $x+3(y-6)=0$，

解聯立方程式 $\begin{cases} 2x-3y+9=0 \\ x+3(y-6)=0 \end{cases}$，得 $B_3$ 的坐標為 $(3,5)$。

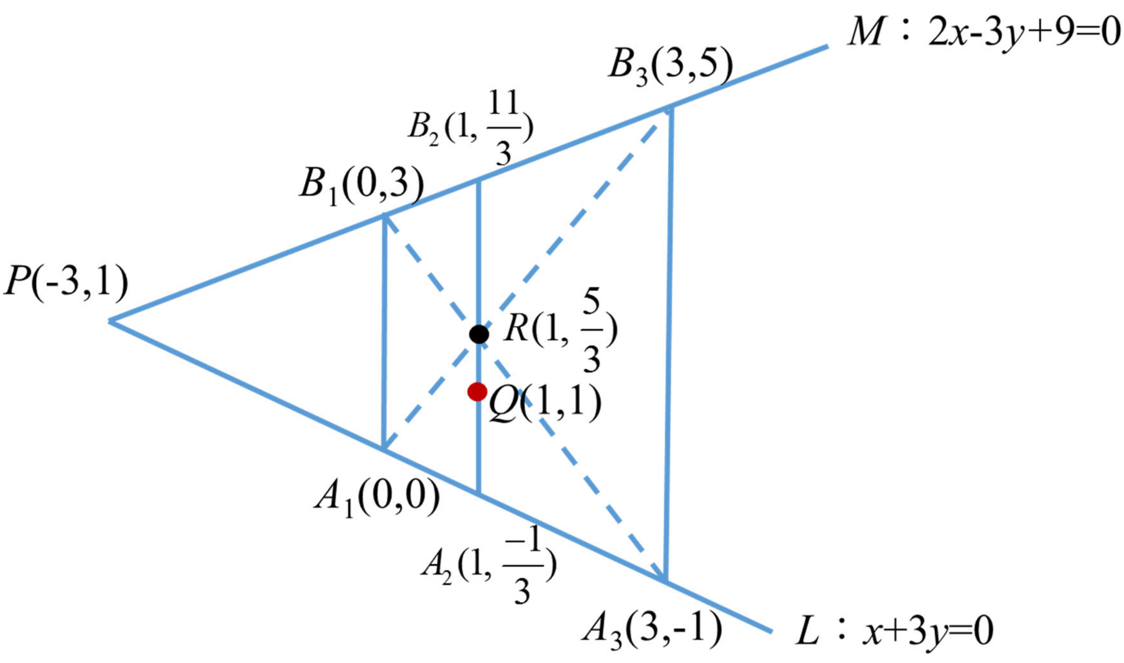
二、評分原則：

1.根據題意，能求解聯立方程式得 $P$。

2.利用平行線截比例線段得 $\overline{PB_3} = 2\overline{PB_1}$，進而求出 $B_3$；或由 $A_1$ 為 $P$ 與 $A_3$ 的中點，先求出 $A_3$，再利用 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1} = 6$ 求得 $B_3$。

## 第 20 題

一、滿分參考答案：



策略一：先求$\overline{A_2B_2}$上的點

**【法一】**

設$\overline{A_1B_3}$和$\overline{A_3B_1}$的交點為$R$，由題意知$\overline{A_1B_1}$平行於$\overline{A_3B_3}$，

故$\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為$\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$，所以$\overline{A_1R} : \overline{RB_3} = 1:2$。

由題意知$R$位於$\overline{A_2B_2}$，且$\overline{A_2B_2}$平行於$\overline{A_3B_3}$，得$\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$，

故$\overline{A_1A_2} : \overline{A_2A_3} = 1:2$。由分點公式得$A_2(1,\frac{-1}{3})$。

同理可得$\overline{B_1B_2} : \overline{B_2B_3} = 1:2$，由分點公式得$B_2(1,\frac{11}{3})$。

因為$\overline{A_2Q} : \overline{QB_2} = 1:2$，由分點公式，計算$\frac{2}{3}(1,\frac{-1}{3}) + \frac{1}{3}(1,\frac{11}{3})$，得$Q(1,1)$。

**【法二】**

設$\overline{A_1B_3}$和$\overline{A_3B_1}$的交點為$R$，由$\overleftrightarrow{A_1B_3}$和$\overleftrightarrow{A_3B_1}$的直線方程式，

解聯立方程式$\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$，得$R(1,\frac{5}{3})$。

因為$R$位於$\overline{A_2B_2}$，且$\overline{A_2B_2}$平行於$y$軸，以$x = 1$代入$L: x + 3y = 0$，

得$A_2(1,\frac{-1}{3})$。

因為$R$為$\overline{A_2B_2}$中點，故$\overline{A_2Q} : \overline{QR} = 2:1$，

由分點公式，計算$\frac{2}{3}(1,\frac{5}{3}) + \frac{1}{3}(1,\frac{-1}{3})$，得$Q(1,1)$。

**【法三】**

設$\overline{A_1B_3}$和$\overline{A_3B_1}$的交點為$R$，由$\overleftrightarrow{A_1B_3}$和$\overleftrightarrow{A_3B_1}$的直線方程式，

解聯立方程式$\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$，得$R(1,\frac{5}{3})$。

由題意知$\overline{A_1B_1}$平行於$\overline{A_3B_3}$，故$\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

又 $\overline{A_1B_1}$、$\overline{A_2B_2}$ 和 $\overline{A_3B_3}$ 均為平行線，且 $\overline{A_1B_1}=3$ 和 $\overline{A_3B_3}=6$

得 $\overline{A_2B_2}=3\times\dfrac{2}{3}+6\times\dfrac{1}{3}=4$。

因為 $R$ 為 $\overline{A_2B_2}$ 的中點，且 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，得 $\overline{QR}=\dfrac{2}{3}$。故 $Q(1,1)$。

**【法四】**

由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，故 $\Delta RA_1B_1\sim\Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

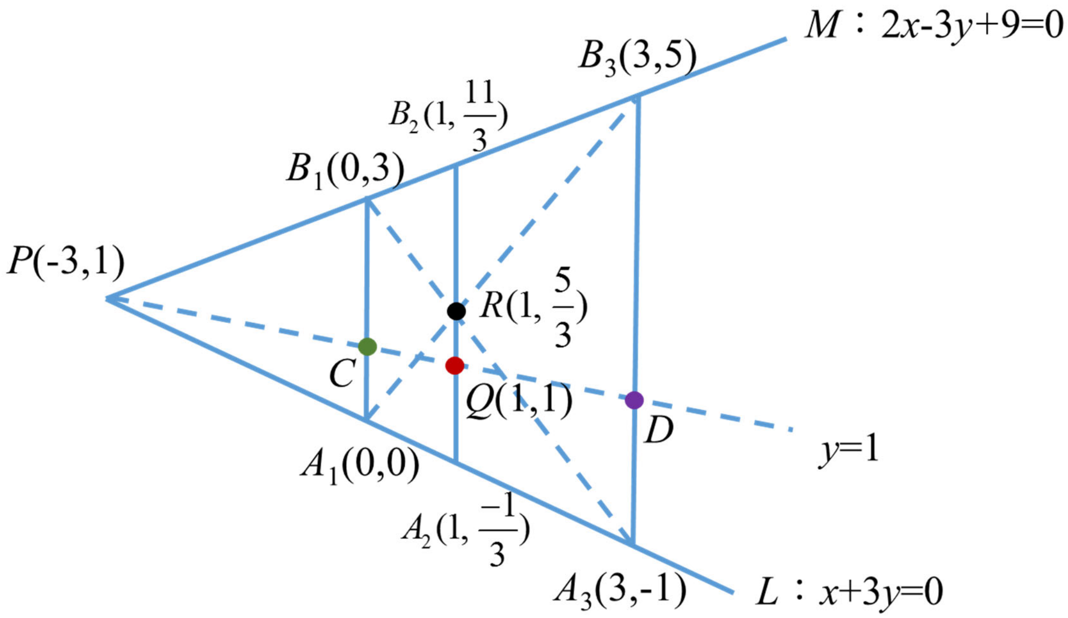
又 $\overline{A_1B_1}$、$\overline{A_2B_2}$ 和 $\overline{A_3B_3}$ 均為平行線，且 $\overline{A_1B_1}=3$ 和 $\overline{A_3B_3}=6$

得 $\overline{A_2B_2}=3\times\dfrac{2}{3}+6\times\dfrac{1}{3}=4$。

設 $Q(x,y)$，因為 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，所以 $A_2(x,y-\dfrac{4}{3})$、$B_2(x,y+\dfrac{8}{3})$，

分別代入 $L$、$M$ 的方程式，解 $\begin{cases} x+3(y-\dfrac{4}{3})=0 \\ 2x-3(y+\dfrac{8}{3})+9=0 \end{cases}$，因此 $Q(1,1)$。

策略二：先求$\overrightarrow{PQ}$上的點




**【法五】**

設 $\overline{PQ}$和 $\overline{A_1B_1}$ 的交點為 $C$，因為 $\overline{A_2Q}:\overline{QB_2}=1:2$，所以 $\overline{A_1C}:\overline{CB_1}=1:2$。

由分點公式，計算 $\frac{2}{3}(0,0)+\frac{1}{3}(0,3)$，得 $C(0,1)$。

設 $\overline{A_1B_3}$ 和 $\overline{A_3B_1}$ 的交點為 $R$，由題意知 $\overline{A_1B_1}$ 平行於 $\overline{A_3B_3}$，

故 $\Delta RA_1B_1 \sim \Delta RB_3A_3$。

因為 $\overline{A_3B_3}=2\overline{A_1B_1}$，所以 $\overline{A_1R}:\overline{RB_3}=1:2$。

由題意知 $R$位於 $\overline{A_2B_2}$，且 $\overline{A_2B_2}$平行於 $\overline{A_3B_3}$，得 $\Delta A_1A_2R \sim \Delta A_1A_3B_3$，

故 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$。又 $\overline{PA_1}=\overline{A_1A_3}$，因此 $\overline{PA_2}:\overline{PA_1}=4:3$。

因為 $\Delta PA_1C \sim \Delta PA_2Q$，得 $\overline{PQ}:\overline{PC}=4:3$。

所以 $\overrightarrow{PQ}=\frac{4}{3}[(0,1)-(-3,1)]=(4,0)$，得 $Q(1,1)$。

**【法六】**

設 $\overleftrightarrow{PQ}$ 與 $\overline{A_1B_1}$ 、 $\overline{A_3B_3}$ 的交點分別為 $C$ 、 $D$。因為 $A_3(3,-1), B_3(3,5)$，

且 $\overline{A_1C}:\overline{CB_1}=\overline{A_3D}:\overline{DB_3}=1:2$ ，得 $C(0,1)$ 、 $D(3,1)$

因為 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}=1:2$ ，所以 $\overline{CQ}:\overline{QD}=1:2$ ，得 $Q(1,1)$ 。

二、評分原則：

1.可採策略一「先求 $\overline{A_2B_2}$ 上的點」利用平行線截比例線段推得出 $A_2$ 、 $B_2$ 、 $R$ 、 $\overline{A_2B_2}=4$ 等四個訊息中的兩個，進而求出 $Q$。

2.可採策略二「先求 $\overleftrightarrow{PQ}$ 上的點」利用平行線截比例線段推得出 $C$，再利用線段比例 $\overline{PQ}:\overline{PC}=4:3$，進而求出 $Q$；亦或先求出 $C$、$D$ 兩點，再用線段比例 $\overline{CQ}:\overline{QD}=1:2$，進而求出 $Q$。