大學入學考試中心

109學年度指定科目考試試題（補考）

數學甲

⎯作答注意事項⎯

考試時間：80分鐘

作答方式：˙選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

˙非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。

˙未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。

˙答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

 例：若第B題的答案格式是 ，而依題意計算出來的答案是，則考生

18

19

8

3

必須分別在答案卡上的第18列的 與第19列的 畫記，如：

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

−

±

18

19

1

2

8

4

5

6

7

3

9

0

−

±

例：若第C題的答案格式是 ，而答案是時，則考生必須分別在答案卡的第20列的 與第21列的 畫記，如：

20

21

50

−

7

1

2

3

4

5

6

8

7

9

0

−

±

1

2

3

4

5

6

7

−

9

0

8

±

21

20

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占76分）

一、單選題（占18分）

說明：第1題至第3題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 考慮兩個函數、。關於函數的極限，試選出正確的選項。

(1) 存在、存在、存在

(2) 存在、不存在、不存在

(3) 不存在、存在、不存在

(4) 不存在、不存在、存在

(5) 不存在、不存在、不存在

2. 某質點在數線上移動，已知其位置坐標為，其中表時間且。若此質點的速度在時段遞增，且在時段遞減，試選出正確的值。

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

3. 在坐標平面上，其坐標與坐標都是整數的點稱為「格子點」。試問滿足方程式的格子點共有幾個？

(1) 個

(2) 個

(3) 個

(4) 個

(5) 個

二、多選題（占40分）

說明：第4題至第8題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設二階方陣為在坐標平面上定義的線性變換，為原點。已知可將不共線的三點、、映射至不共線的三點、、，試選出正確的選項。

(1) 為可逆矩陣

(2) 若將點映射至點且，則

(3) 

(4) 

(5) 的面積的面積

5. 下列選項中，試選出與相乘之後會得到實數的選項。（註：）

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

6. 持續投擲一枚公正骰子，在過程中若出現連續兩次點數的和為時，就停止投擲。例如：若前兩次投擲分別出現點數、，點數和不等於，所以繼續投擲；若第三次投出點數，因為第二次與第三次點數和為，所以此時即停止投擲。關於此機率事件，試選出正確的選項。

(1) 在第一次投擲的點數為的情況下，總共投擲兩次就停的機率為

(2) 總共投擲兩次就停止的機率為

(3) 在第一次投擲的點數為的情況下，總共投擲三次恰好停止的機率為

(4) 總共投擲三次恰好停止的機率大於

(5) 至少投擲三次才停止的機率為

7. 關於非常數的實係數多項式函數，試選出正確的選項。

(1) 若，則存在滿足

(2) 若，則對任意的，均成立

(3) 若，則存在滿足

(4) 若，則存在滿足

(5) 若，則

8. 設為三實數，且。已知三數依序成等差數列。試選出正確的選項。

(1) 三數依序成等比數列

(2) 三數依序成等差數列

(3) 三數依序成等差數列

(4) 

(5) 

三、選填題（占18分）

說明：1.第A至C題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9–16)。
2.每題完全答對給6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 不透明箱內有顆紅球，顆藍球與顆白球。隨機同時抽取球（每顆球被抽到的機率相等），若抽出的兩球同色，可得獎金元；若抽出的兩球異色，可得獎金元。則隨機同時抽取球的獎金期望值為元。
2. 在坐標平面上，一圓心在軸正向上的圓，與直線相切，其中。若此圓圓心與軸的距離和切點與軸的距離之比值為，則。（化成最簡分數）
3. 等腰三角形中，令。若，
則三角形的面積為。（化成最簡分數）

─ ─ ─以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 ─ ─ ─

第貳部分：非選擇題（占24分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一. 坐標空間中，設$E$為過原點且由向量、所張出的平面。將空間中兩點*、*垂直投影到平面$E$上，所得投影點依序為、兩點。已知、，試回答下列問題。

(1) 若平面方程式為，試求實數之值。（4分）

(2) 試證明。（2分）

(3) 若，試求實數之值。（6分）

**背面還有試題**

二. 設$f\left(x\right)$為三次實係數多項式函數。已知$f'\left(x\right)$是的因式，試回答下列問題。

(1) 若，其中為實數，試求出（以的數學式表示）。（4分）

(2) 試證明有重根。（4分）

(3) 若知，試求積分之值。（4分）