

大學入學考試中心  
109 學年度指定科目考試試題  
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
  - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
  - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
  - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  畫記，如：

18	□ <sup>1</sup>	□ <sup>2</sup>	■ <sup>3</sup>	□ <sup>4</sup>	□ <sup>5</sup>	□ <sup>6</sup>	□ <sup>7</sup>	□ <sup>8</sup>	□ <sup>9</sup>	□ <sup>0</sup>	-	±
19	□ <sup>1</sup>	□ <sup>2</sup>	□ <sup>3</sup>	□ <sup>4</sup>	□ <sup>5</sup>	□ <sup>6</sup>	□ <sup>7</sup>	■ <sup>8</sup>	□ <sup>9</sup>	□ <sup>0</sup>	-	±

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  畫記，如：

20	□ <sup>1</sup>	□ <sup>2</sup>	□ <sup>3</sup>	□ <sup>4</sup>	□ <sup>5</sup>	□ <sup>6</sup>	□ <sup>7</sup>	□ <sup>8</sup>	□ <sup>9</sup>	□ <sup>0</sup>	-	±
21	□ <sup>1</sup>	□ <sup>2</sup>	□ <sup>3</sup>	□ <sup>4</sup>	□ <sup>5</sup>	□ <sup>6</sup>	■ <sup>7</sup>	□ <sup>8</sup>	□ <sup>9</sup>	□ <sup>0</sup>	-	±

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 矩陣  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^5$  與下列哪一個矩陣相等？

(1)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$

(2)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

(3)  $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(4)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

2. 某畢業班由 8 位同學負責畢旅規劃，分成 A、B、C 三組，且三組分別由 3 人、3 人、2 人組成。8 位同學每人都會被分配到其中一組，且甲、乙兩位同學一定要在同一組。這 8 位同學總共有幾種分組方式？

- (1) 140 種      (2) 150 種      (3) 160 種      (4) 170 種      (5) 180 種

3. 為了瞭解 IQ 和腦容量是否有關，一項小型研究利用核磁共振測量了 5 個人的腦容量（以 10,000 像素為單位），連同他們的 IQ 列表如下：

腦容量( $X$ )	90	95	91	88	106
IQ( $Y$ )	90	100	112	80	103

已知上表中的  $X$  之平均值為  $\mu_X = 94$ ， $Y$  之平均值為  $\mu_Y = 97$ ，腦容量( $X$ )與 IQ( $Y$ )的相關係數為  $r_{X,Y}$ 。根據上述表格，試判斷  $r_{X,Y}$  的值最可能是下列哪一個選項？

- (1)  $r_{X,Y} \leq -1$
- (2)  $-1 < r_{X,Y} < -0.5$
- (3)  $r_{X,Y} = 0$
- (4)  $0 < r_{X,Y} < 0.5$
- (5)  $r_{X,Y} \geq 1$

## 二、多選題（占 24 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設  $f(x)$  為二次實係數多項式函數且  $f(x) = 0$  沒有實根。試選出正確的選項。
- (1)  $f(0) > 0$
  - (2)  $f(1)f(2) > 0$
  - (3) 若  $f(x) - 1 = 0$  有實根，則  $f(x) - 2 = 0$  有實根
  - (4) 若  $f(x) - 1 = 0$  有重根，則  $f(x) - \frac{1}{2} = 0$  沒有實根
  - (5) 若  $f(x) - 1 = 0$  有兩相異實根，則  $f(x) - \frac{1}{2} = 0$  有實根

5. 數列  $a_1, a_2, \dots$  中，其奇數項是一個公比為  $\frac{1}{3}$  的等比數列，而偶數項是一個公比為  $\frac{1}{2}$  的等比數列，且  $a_1 = 3, a_2 = 2$ 。試選出正確的選項。

(1)  $a_4 > a_5 > a_6 > a_7$

(2)  $\frac{a_{10}}{a_{11}} > 10$

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

(5)  $\sum_{n=1}^{100} a_n > 9$

6. 有一種在數線上移動一個棋子的遊戲，移動棋子的方式是以投擲一顆公正骰子來決定，其規則如下：

(一) 當所擲點數為 1 點時，棋子不移動。

(二) 當所擲點數為 3 或 5 點時，棋子向左（負向）移動「該點數減 1」單位。

(三) 當所擲點數為偶數時，棋子向右（正向）移動「該點數的一半」單位。

第一次擲骰子時，棋子以原點當起點。第二次開始，棋子以前一次棋子所在位置為該次的起點。例如，投擲骰子二次，第一、二次分別擲出點數為 5 點、2 點時，該棋子先向左移動 4 單位至坐標 -4，再向右移動 1 單位至坐標 -3。試選出正確的選項。

(1) 投擲骰子一次，棋子與原點距離為 2 的機率為  $\frac{1}{2}$

(2) 投擲骰子一次，棋子的坐標之期望值為 0

(3) 投擲骰子二次，棋子的坐標有可能為 -5

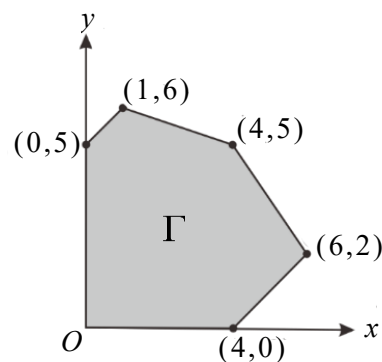
(4) 投擲骰子二次，在所擲兩次之點數和為奇數的情形下，棋子的坐標為正的機率為  $\frac{4}{9}$

(5) 投擲骰子三次，棋子在原點的機率為  $\left(\frac{1}{6}\right)^3$

### 三、選填題（占 32 分）

說明：1.第 A 至 D 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7-16）。  
2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 坐標平面上有一個多邊形區域  $\Gamma$ （含邊界），如圖所示。若  $k > 0$ ，直線  $7x + 2y = k$  與兩坐標軸圍成一個三角形區域，使得多邊形區域  $\Gamma$  落在此三角形區域（含邊界）內，則最小正實數  $k = \underline{\textcircled{7} \textcircled{8}}$ 。



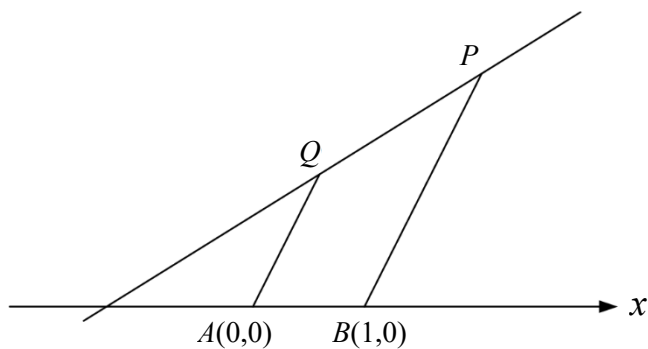
- B. 若隨機變數  $X$  的可能值為 1、2、3、4，其出現的機率  $P(X = k)$  與  $\frac{1}{k}$  成正比，則

機率  $P(X = 3)$  為  $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10} \textcircled{11}}$ 。（化為最簡分數）

- C. 一家公司僅有經理、秘書、業務三位成員，若只有秘書加薪 10%，則全公司薪資總支出增加 3%；若只有業務加薪 20%，則全公司薪資總支出增加 4%。如果只有經理減薪 15%，那麼全公司薪資總支出將減少 ⑫ . ⑬ %。

- D. 坐標平面上有一梯形，四個頂點分別為  $A(0,0)$ ,  $B(1,0)$ ,  $P, Q$ ，其中過  $P, Q$  兩點的直線方程式為  $y=2x+4$ ，下圖為示意圖。若  $Q$  點的坐標為  $(a, 2a+4)$ ，其中實數  $a \geq 0$ ，

則梯形  $ABPQ$  的面積為  $\frac{\textcircled{14}}{\textcircled{15}} a + \textcircled{16}$ 。(化為最簡分數)



— — — 以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 — — —

## 第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

- 一. 傳染病在發生初期時，由於大部分人未感染且無抗體，所以總感染人數大都以指數形式成長。在「初始感染人數為  $P_0$ ，且每位已感染者平均一天會傳染給  $r$  位未感染者」的前提下， $n$  天後感染到此疾病的總人數  $P_n$  可以表示為

$$P_n = P_0(1+r)^n, \text{ 其中 } P_0 \geq 1 \text{ 且 } r > 0.$$

試回答下列問題：

(1) 已知  $A = \frac{\log P_5 - \log P_2}{3}$ ， $B = \frac{\log P_8 - \log P_6}{2}$ ，試說明  $A = B$ 。（4 分）

- (2) 已知某傳染病初期符合上述數學模型且每隔 16 天總感染人數會增加為 10 倍，試求  $\frac{P_{20}}{P_{17}} \times \frac{P_8}{P_6} \times \frac{P_5}{P_2}$  的值。（5 分）

(3) 承(2)，試求  $\frac{\log P_{20} - \log P_{17}}{3}$  的值。（4 分）

### 背面還有試題

二. 在坐標平面上，兩平行直線  $L_1, L_2$  的斜率都是 2 且距離為 5，又點  $A(2, -1)$  是  $L_1$  在第四象限的一點，點  $B$  是  $L_2$  在第二象限的一點且  $\overline{AB} = 5$ 。已知直線  $L_3$  的斜率為 3，通過點  $A$  且交  $L_2$  於點  $C$ ，試回答下列問題：

- (1) 試求直線  $AB$  的斜率。(2 分)
- (2) 試求向量  $\overrightarrow{AB}$ 。(4 分)
- (3) 試求內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  的值。(3 分)
- (4) 試求向量  $\overrightarrow{AC}$ 。(4 分)