大學入學考試中心

109學年度指定科目考試試題

數學甲

⎯作答注意事項⎯

考試時間：80分鐘

作答方式：˙選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

˙非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。

˙未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。

˙答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

 例：若第B題的答案格式是 ，而依題意計算出來的答案是，則考生

8

3

18

19

必須分別在答案卡上的第18列的 與第19列的 畫記，如：

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

−

±

18

19

1

2

8

4

5

6

7

3

9

0

−

±

例：若第C題的答案格式是 ，而答案是時，則考生必須分別在答案卡的第20列的 與第21列的 畫記，如：

−

7

20

21

50

1

2

3

4

5

6

8

7

9

0

−

±

1

2

3

4

5

6

7

−

9

0

8

±

21

20

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占76分）

一、單選題（占18分）

說明：第1題至第3題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知，且設、、。關於三個數值的大小，試選出正確的選項。

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

2. 有兩個箱子，其中箱有顆白球與顆紅球，箱有顆白球與顆藍球。現有三種抽獎方式（各箱中每顆球被抽取的機率相同）：

（一）先在箱中抽取一球，若抽中紅球則停止，若抽到白球則再從箱中抽取一球；

（二）先在箱中抽取一球，若抽中藍球則停止，若抽到白球則再從箱中抽取一球；

（三）同時分別在箱中各抽取一球。

給獎方式為：在紅、藍這兩種色球當中，若只抽到紅球得元獎金；若只抽到藍球得元獎金；若兩種色球都抽到，則仍只得元獎金；若都沒抽到，則無獎金。將上列（一）、（二）、（三）這3種抽獎方式所得獎金的期望值分別記為、、，試選出正確的選項。

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

3. 根據實驗統計，某種細菌繁殖，其數量平均每小時會擴增為倍。假設實驗室的試管一開始有此種細菌1000隻，根據指數函數模型，試問大約在多少小時後此種細菌的數量會到達隻左右？（註：，）

(1) 小時

(2) 小時

(3) 小時

(4) 小時

(5) 小時

二、多選題（占40分）

說明：第4題至第8題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 在坐標平面上，設為原點，且、為異於的相異兩點。令為平面上三個點，且滿足，，試選出正確的選項。

(1) 

(2) 

(3) ·  ·  ·

(4) ·  ·  ·

(5) 在同一直線上

5. 對一實數，以表示不大於的最大整數，例如：，。
考慮無理數，試選出正確的選項。

(1) 對任意實數均成立

(2) 數列發散，為正整數

(3) 數列發散，為正整數

(4) 數列發散，為正整數

(5) 數列發散，為正整數

6. 設、皆為實係數多項式函數。已知，試選出正確的選項。

(1) 若，則

(2) 若除以的商式為，則

(3) 若可被整除，則可被整除

(4) 若對所有實數，都成立，則對所有實數，也都成立

(5) 若對所有，都成立，則對所有，也都成立

7. 在複數平面上，設為原點，且、分別表示坐標為複數、的點。已知點、點都在以為圓心的單位圓上，試選出正確的選項。

(1) 直線與實數軸平行

(2) 為直角三角形

(3) 點在第二象限

(4) 

(5) 坐標為的點也在同一單位圓上

8. 設二階實係數方陣代表坐標平面的一個鏡射變換且滿足；另設二階實係數方陣代表坐標平面的一個（以原點為中心的）旋轉變換且滿足，試選出正確的選項。

(1) 恰有三種可能

(2) 恰有三種可能

(3) 

(4) 二階方陣代表坐標平面的一個旋轉變換

(5) 

三、選填題（占18分）

說明：1.第A至C題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9–19)。
2.每題完全答對給6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 在坐標空間中，設為原點，且點為三平面、、的交點，其中。若，則 。（化成最簡根式）
2. 考慮坐標平面上相異三點、、，其中點為。分別以線段、為直徑作圓，此兩圓交於點及點。已知且點在第四象限，則點的坐標為 ( , )。
3. 有一個三角形公園，其三頂點為、、，在頂點處有一座公尺高的觀景台，某人站在觀景台上觀測地面上另兩個頂點、與的中點，測得其俯角分別為、、。則此三角形公園的面積為平方公尺。（化成最簡根式）

─ ─ ─以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 ─ ─ ─

第貳部分：非選擇題（占24分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一. 坐標平面上，由、、、四點所決定的「貝茲曲線」（Bézier curve）指的是次數不超過的多項式函數，其圖形通過兩點，且在點的切線通過點，在點的切線通過點。令是由、、、四點所決定的「貝茲曲線」，試回答下列問題。

(1) 設的圖形在點的切線方程式為，其中為實數。求之值。（2分）

(2) 試證明多項式可以被所整除。（2分）

(3) 試求。（4分）

(4) 求定積分之值。（4分）

**背面還有試題**

二. 一個邊長為 1 的正立方體，點為稜邊的中點，點、分別在稜邊、上，且為一平行四邊形的四個頂點，如下圖所示。
今設定坐標系，使得、、、的坐標分別為、、、，且，試回答下列問題。

(1) 試求點的坐標。（2分）

(2) 試求向量（以的式子來表示）。（2分）

(3) 試證明四角錐的體積是一個定值（與無關），並求此定值。（4分）

(4) 當時，求點到平行四邊形所在平面的距離。（4分）

*A*

*B*

*C*

*P*

*G*

*H*

*F*

*E*

*R*

*D*

*Q*