大學入學考試中心

108學年度指定科目考試試題

數學甲

⎯作答注意事項⎯

考試時間：80分鐘

作答方式：˙選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

˙非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。

˙未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。

˙答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

 例：若第B題的答案格式是 ，而依題意計算出來的答案是，則考生

8

3

18

19

必須分別在答案卡上的第18列的 與第19列的 畫記，如：

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

−

±

18

19

1

2

8

4

5

6

7

3

9

0

−

±

例：若第C題的答案格式是 ，而答案是時，則考生必須分別在答案卡的第20列的 與第21列的 畫記，如：

20

21

50

−

7

1

2

3

4

5

6

8

7

9

0

−

±

1

2

3

4

5

6

7

−

9

0

8

±

21

20

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占76分）

一、單選題（占18分）

說明：第1題至第3題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 某公司尾牙舉辦「紅包大放送」活動。每位員工擲兩枚均勻銅板一次，若出現兩個反面可得獎金400元；若出現一正一反可得獎金800元；若出現兩個正面可得獎金800元並且獲得再擲一次的機會，其獲得獎金規則與前述相同，但不再有繼續投擲銅板的機會（也就是說每位員工最多有兩次擲銅板的機會）。試問每位參加活動的員工可獲得獎金的期望值為何？

(1) 850元

(2) 875元

(3) 900元

(4) 925元

(5) 950元

2. 設為正整數。第個費馬數（Fermat Number）定義為，例如，。試問的整數部分以十進位表示時，其位數最接近下列哪一個選項？（）

(1) 120

(2) 240

(3) 600

(4) 900

(5) 1200

3. 在一座尖塔的正南方地面某點*A*，測得塔頂的仰角為；又在此尖塔正東方地面某點*B*，測得塔頂的仰角為，且*A*、*B*兩點距離為65公尺。已知當在線段上移動時，在*C*點測得塔頂的仰角為最大，則*C*點到塔底的距離最接近下列哪一個選項？（，）

(1) 27公尺

(2) 29公尺

(3) 31公尺

(4) 33公尺

(5) 35公尺

二、多選題（占40分）

說明：第4題至第8題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設為坐標平面上通過與兩點的圓。試選出正確的選項。

(1) 的半徑大於或等於5

(2) 當的半徑達到最小可能值時，通過原點

(3) 與直線有交點

(4) 的圓心不可能在第四象限

(5) 若的圓心在第三象限，則的半徑大於8

5. 袋中有2顆紅球、3顆白球與1顆藍球，其大小皆相同。今將袋中的球逐次取出，每次隨機取出一顆，取後不放回，直到所有球被取出為止。試選出正確的選項。

(1) 「取出的第一顆為紅球」的機率等於「取出的第二顆為紅球」的機率

(2) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為紅球」兩者為獨立事件

(3) 「取出的第一顆為紅球」與「取出的第二顆為白球或藍球」兩者為互斥事件

(4) 「取出的第一、二顆皆為紅球」的機率等於「取出的第一、二顆皆為白球」的機率

(5) 「取出的前三顆皆為白球」的機率小於「取出的前三顆球顏色皆相異」的機率

6. 設、為兩實數數列，且對所有的正整數，均成立。若已知，試選出正確的選項。

(1) 對所有的正整數，均成立

(2) 存在正整數，使得

(3) 對所有的正整數，均成立

(4) 

(5) 或

7. 已知三次實係數多項式函數，在範圍內的圖形如示意圖：

-2

1

*O*

*y*

*x*

試選出正確的選項。

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 方程式恰有三實根

(5) 圖形的反曲點的坐標為正

8. 坐標平面上以原點*O*為圓心的單位圓上三相異點*A*、*B*、*C*滿足

2+3+4=，其中*A*點的坐標為。試選出正確的選項。

(1) 向量 的長度為4

(2) 內積

(3) 、、中，以的度數為最小

(4) 

(5) 

三、選填題（占18分）

說明：1.第A至C題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9–18)。

　　　2.每題完全答對給6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在坐標平面上，定義一個坐標變換，其中代表舊坐標，代表新坐標。若舊坐標為的點*P*經此坐標變換得到的新坐標為，則(, )。

B. 在坐標平面上，、為函數圖形上之兩點，其中。已知*A*、*B*連線的斜率等於2，且線段的長度為，則(,)。
（化成最簡分數）

C. 設為複數。在複數平面上，一個正六邊形依順時針方向的連續三個頂點為
、、（其中），則的實部為。（化成最簡分數）

─ ─ ─以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 ─ ─ ─

第貳部分：非選擇題（占24分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一. 坐標空間中以*O*表示原點，給定兩向量、。試回答下列問題。

(1) 若是長度為2的向量，且與之夾角為，試求向量與的內積。（2分）

(2) 承(1)，已知滿足此條件的所有點*P*均落在一平面*E*上，試求平面*E*的方程式。（2分）

(3) 若是長度為2的向量，分別與、之夾角皆為，已知滿足此條件的所有點*Q*均落在一直線*L*上，試求直線*L*的方向向量。（4分）

(4) 承(3)，試求出滿足條件的所有*Q*點之坐標。（4分）

二. 設為實係數多項式函數，且對恆成立。試回答下列問題。

(1) 試求。（2分）

(2) 試求。（4分）

(3) 試求。（2分）

(4) 試證明恰有一個大於1的正實數滿足。（4分）