

大學入學考試中心  
108 學年度學科能力測驗試題  
數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\overset{3}{\square}$  與第 19 列的  $\overset{8}{\square}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\overset{-}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

## 第壹部分：選擇題（占 65 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 點  $A(1,0)$  在單位圓  $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$  上。試問： $\Gamma$  上除了  $A$  點以外，還有幾個點到直線  $L: y = 2x$  的距離，等於  $A$  點到  $L$  的距離？

- (1) 1 個                      (2) 2 個                      (3) 3 個                      (4) 4 個                      (5) 0 個

2. 下列哪一個選項是方程式  $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$  的解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）

- (1)  $-i$                       (2)  $-i$                       (3)  $i$                       (4) 2                      (5) 4

3. 試問共有多少組正整數  $(k, m, n)$  滿足  $2^k 4^m 8^n = 512$ ？

- (1) 1 組                      (2) 2 組                      (3) 3 組                      (4) 4 組                      (5) 0 組

4. 廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這六種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法？

- (1) 3                      (2) 6                      (3) 9                      (4) 18                      (5) 27



8. 在數線上，甲從點  $-8$  開始做等速運動，同時乙也從點  $10$  開始做等速運動，乙移動的速率是甲的  $a$  倍，且  $a > 1$ 。試選出正確的選項。

- (1) 若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇
- (2) 若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇
- (3) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點  $0$
- (4) 若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大
- (5) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點  $-2$  相遇，則  $a = 2$

9. 從  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。

- (1) 其和大於  $10$  的機率為  $\frac{1}{7}$
- (2) 其和小於  $5$  的機率為  $\frac{1}{7}$
- (3) 其和為奇數的機率為  $\frac{4}{7}$
- (4) 其差為偶數的機率為  $\frac{5}{7}$
- (5) 其積為奇數的機率為  $\frac{2}{7}$

10. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $\sin A < \sin B$
- (2)  $\sin B < \sin C$
- (3)  $\cos A < \cos B$
- (4)  $\sin C < \cos C$
- (5)  $\overline{AB} < \overline{BC}$

11. 某地區衛生機構成功訪問了 500 人，其中年齡為 50–59 歲及 60 歲（含）以上者分別有 220 名及 280 名。這 500 名受訪者中，120 名曾做過大腸癌篩檢，其中有 75 名是在一年之前做的，有 45 名是在一年之內做的。已知受訪者中，60 歲（含）以上者曾做過大腸癌篩檢比率是 50–59 歲者曾做過大腸癌篩檢比率的 3.5 倍。試選出正確的選項。

- (1) 受訪者中年齡為 60 歲（含）以上者超過 60%
- (2) 由受訪者中隨機抽取兩人，此兩人的年齡皆落在 50–59 歲間的機率大於 0.25
- (3) 由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人，其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率為  $2 \cdot \left(\frac{45}{120}\right)\left(\frac{75}{119}\right)$
- (4) 這 500 名受訪者中，未曾做過大腸癌篩檢的比率低於 75%
- (5) 受訪者中 60 歲（含）以上者，曾做過大腸癌篩檢的人數超過 90 名

12. 設  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  為實係數三次多項式， $g(x)$  為實係數二次多項式。已知  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  除以  $g(x)$  的餘式分別為  $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $-f_1(x)$  除以  $g(x)$  的餘式為  $-r_1(x)$
- (2)  $f_1(x)+f_2(x)$  除以  $g(x)$  的餘式為  $r_1(x)+r_2(x)$
- (3)  $f_1(x)f_2(x)$  除以  $g(x)$  的餘式為  $r_1(x)r_2(x)$
- (4)  $f_1(x)$  除以  $-3g(x)$  的餘式為  $\frac{-1}{3}r_1(x)$
- (5)  $f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)$  可被  $g(x)$  整除

13. 坐標空間中有一平面  $P$  過  $(0,0,0)$ ,  $(1,2,3)$  及  $(-1,2,3)$  三點。試選出正確的選項。

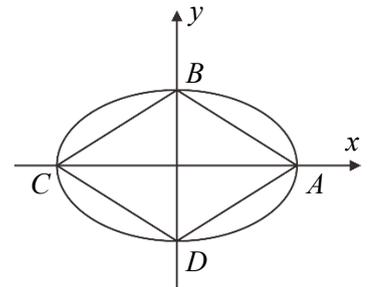
- (1) 向量  $(0,3,2)$  與平面  $P$  垂直
- (2) 平面  $P$  與  $xy$  平面垂直
- (3) 點  $(0,4,6)$  在平面  $P$  上
- (4) 平面  $P$  包含  $x$  軸
- (5) 點  $(1,1,1)$  到平面  $P$  的距離是 1

第貳部分：選填題（占 35 分）

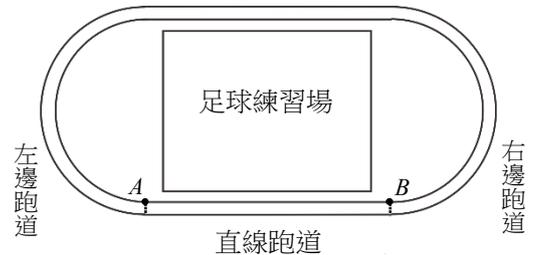
說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-30）  
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設  $x, y$  為實數，且滿足  $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則  $x+3y = \underline{\textcircled{14} \textcircled{15}}$ 。

B. 如圖（此為示意圖）， $A, B, C, D$  是橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$  的頂點。若四邊形  $ABCD$  的面積為 58，則  $a = \frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。（化為最簡分數）



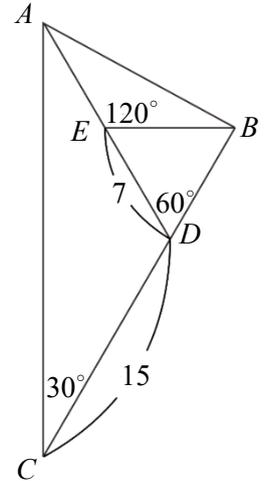
C. 某高中已有一個長 90 公尺、寬 60 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為 400 公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行（如示意圖）。則圖中一條直線跑道  $AB$  長度的最大可能整數值為  $\textcircled{19} \textcircled{20} \textcircled{21}$  公尺。



D. 某次選舉中進行甲、乙、丙三項公投案，每項公投案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有 765 人領票、乙案有 537 人領票、丙案有 648 人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有 224 人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有  $\textcircled{22} \textcircled{23} \textcircled{24}$  人。

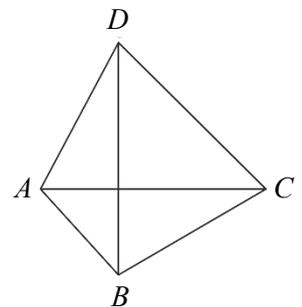
E. 如圖(此為示意圖), 在  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AD}$  交  $\overline{BC}$  於  $D$  點,  $\overline{BE}$  交  $\overline{AD}$  於  $E$  點, 且  $\angle ACB=30^\circ$ ,  $\angle EDB=60^\circ$ ,  $\angle AEB=120^\circ$ 。若  $\overline{CD}=15$ ,  $\overline{ED}=7$ ,

則  $\overline{AB} = \underline{\textcircled{25} \textcircled{26}}$ 。



F. 坐標空間中, 考慮有一個頂點在平面  $z=0$  上、且有另一個頂點在平面  $z=6$  上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為  $\underline{\textcircled{27} \sqrt{\textcircled{28}}}$ 。  
(化成最簡根式)

G. 如圖(此為示意圖),  $A, B, C, D$  為平面上的四個點。已知  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$  兩向量等長且互相垂直, 則  $\tan \angle BAD = \underline{\textcircled{29} \textcircled{30}}$ 。



### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X \sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 =  $\frac{1}{3}$  底面積  $\times$  高