

大學入學考試中心
104 學年度學科能力測驗試題
數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 4 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 J 題共 10 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 50 分）

一、單選題（占 20 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 每週同一時間點記錄某植物的成長高度，連續五週的數據為

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 6, a_4 = 15, a_5 = 31。$$

請問此成長高度數列滿足下列選項中哪一個式子？

(1) $a_{t+1} = 3a_t - 1, t = 1, 2, 3, 4$

(2) $a_t = t!, t = 1, 2, 3, 4, 5$

(3) $a_{t+1} = a_t + t^2, t = 1, 2, 3, 4$

(4) $a_t = 2^t - 1, t = 1, 2, 3, 4, 5$

(5) $a_{t+1} = ta_t + 1, t = 1, 2, 3, 4$

2. 第 1 天獲得 1 元、第 2 天獲得 2 元、第 3 天獲得 4 元、第 4 天獲得 8 元、依此每天所獲得的錢為前一天的兩倍，如此進行到第 30 天，試問這 30 天所獲得的錢，總數最接近下列哪一個選項？

(1) 10,000 元

(2) 1,000,000 元

(3) 100,000,000 元

(4) 1,000,000,000 元

(5) 1,000,000,000,000 元

3. 有兩組供機器運作的配件 A 、 B ，其單獨發生故障的機率分別為 0.1、0.15。只有當 A 、 B 都發生故障時，此機器才無法運作。 A 、 B 兩配件若用串接方式，前面故障會導致後面故障，但若後面故障則不會影響前面的故障情形；若用並列方式，則故障情形互不影響。若考慮以下三種情形：

(一) 將 B 串接於 A 之後

(二) 將 A 串接於 B 之後

(三) 將 A 、 B 獨立並列

在情況(一)、(二)、(三)之下，機器無法運作的機率分別為 p_1 、 p_2 、 p_3 。

請選出正確的選項。

(1) $p_1 > p_2 > p_3$

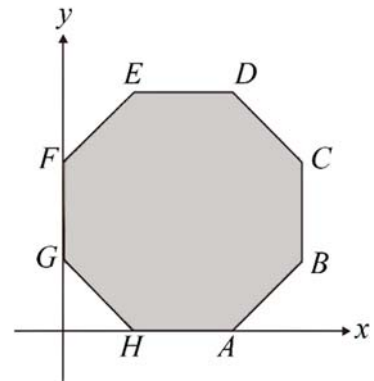
(2) $p_2 > p_1 > p_3$

(3) $p_3 > p_2 > p_1$

(4) $p_3 > p_1 > p_2$

(5) $p_1 = p_2 > p_3$

4. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如右圖。已知目標函數 $ax+by+3$ （其中 a, b 為實數）的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $3-bx-ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？



- (1) A (2) B (3) C
(4) D (5) E

二、多選題（占 30 分）

說明：第 5 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 小明參加某次路跑 10 公里組的比賽，下表為小明手錶所記錄之各公里的完成時間、平均心率及步數：

	完成時間	平均心率	步數
第一公里	5:00	161	990
第二公里	4:50	162	1000
第三公里	4:50	165	1005
第四公里	4:55	162	995
第五公里	4:40	171	1015
第六公里	4:41	170	1005
第七公里	4:35	173	1050
第八公里	4:35	181	1050
第九公里	4:40	171	1050
第十公里	4:34	188	1100

在這 10 公里的比賽過程，請依據上述數據，選出正確的選項。

- (1) 由每公里的平均心率得知小明最高心率為 188
 (2) 小明此次路跑，每步距離的平均小於 1 公尺
 (3) 每公里完成時間和每公里平均心率的相關係數為正相關
 (4) 每公里步數和每公里平均心率的相關係數為正相關
 (5) 每公里完成時間和每公里步數的相關係數為負相關

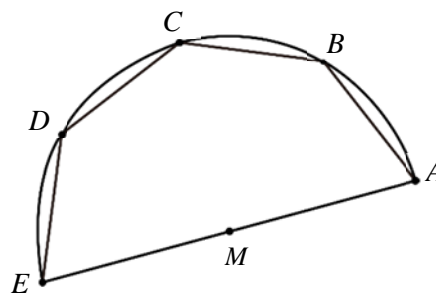
6. 設 $f(x)$ 是首項係數為 1 的實係數二次多項式。請選出正確的選項。
- (1) 若 $f(2)=0$ ，則 $x-2$ 可整除 $f(x)$ (2) 若 $f(2)=0$ ，則 $f(x)$ 為整係數多項式
(3) 若 $f(\sqrt{2})=0$ ，則 $f(-\sqrt{2})=0$ (4) 若 $f(2i)=0$ ，則 $f(-2i)=0$
(5) 若 $f(2i)=0$ ，則 $f(x)$ 為整係數多項式

7. 坐標平面上，在函數圖形 $y=2^x$ 上，標示 A 、 B 、 C 、 D 四個點，其 x 坐標分別為 -1 、 0 、 1 、 2 。請選出正確的選項。
- (1) 點 B 落在直線 AC 下方
(2) 在直線 AB 、直線 BC 、直線 CD 中，以直線 CD 的斜率最大
(3) A 、 B 、 C 、 D 四個點，以點 B 最靠近 x 軸
(4) 直線 $y=2x$ 與 $y=2^x$ 的圖形有兩個交點
(5) 點 A 與點 C 對稱於 y 軸

8. 坐標平面上有一雙曲線，其漸近線為 $x-y=0$ 和 $x+y=0$ 。關於此雙曲線的性質，請選出正確的選項。
- (1) 此雙曲線的方程式為 $\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=1$ 或 $\frac{x^2}{r^2}-\frac{y^2}{r^2}=-1$ ，其中 r 為非零實數
(2) 此雙曲線的貫軸長等於共軛軸長
(3) 若點 (a, b) 為此雙曲線在第一象限上一點，則當 $a>1000$ 時， $|a-b|<1$
(4) 若點 (a, b) 、 (a', b') 為此雙曲線在第一象限上兩點且 $a<a'$ ，則 $b<b'$
(5) 此雙曲線同時對稱於 x 軸與 y 軸

9. 如圖，以 M 為圓心、 $\overline{MA}=8$ 為半徑畫圓， \overline{AE} 為該圓的直徑， B 、 C 、 D 三點皆在圓上，且 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$ 。若 $\overrightarrow{MD}=8(\cos(\theta+90^\circ), \sin(\theta+90^\circ))$ 。請選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{MA}=8(\cos\theta, \sin\theta)$
(2) $\overrightarrow{MC}=8(\cos(\theta+45^\circ), \sin(\theta+45^\circ))$
(3) (內積) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MA}=8$
(4) (內積) $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=0$
(5) $\overrightarrow{BD}=8(\cos\theta+\cos(\theta+90^\circ), \sin\theta+\sin(\theta+90^\circ))$



10. 某一班共有 45 人，問卷調查有手機與平板電腦的人數。從統計資料顯示此班有 35 人有手機，而有 24 人有平板電腦。設：

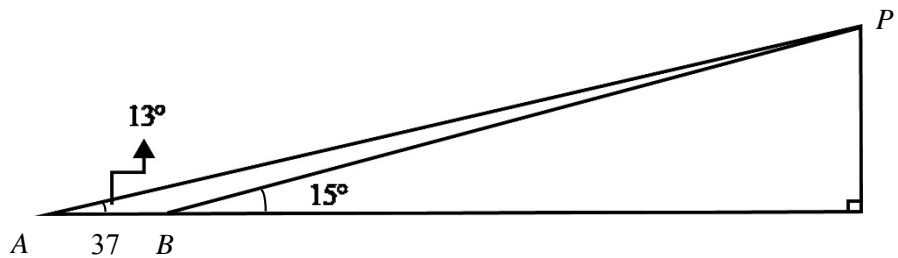
- A 為同時有手機與平板電腦的人數
 - B 為有手機，但沒有平板電腦的人數
 - C 為沒有手機，但有平板電腦的人數
 - D 為沒有手機，也沒有平板電腦的人數
- 請選出恆成立的不等式選項。

- (1) $A > B$ (2) $A > C$ (3) $B > C$ (4) $B > D$ (5) $C > D$

第貳部分：選填題（占 50 分）

說明：1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（11-37）。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 如圖，老王在平地點 A 測得遠方山頂點 P 的仰角為 13° 。老王朝著山的方向前進 37 公丈後來到點 B，再測得山頂點 P 的仰角為 15° 。則山高約為 ⑪⑫ 公丈。（四捨五入至個位數， $\tan 13^\circ \approx 0.231$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.268$ ）

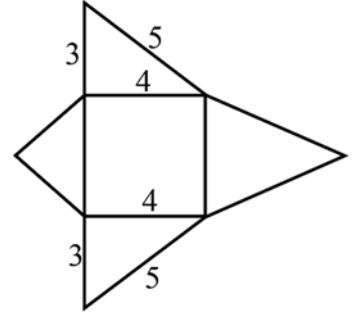


B. 不透明袋中有 3 白 3 紅共 6 個球，球大小形狀相同，僅顏色相異。甲、乙、丙、丁、戊 5 人依甲第一、乙第二、……、戊第五的次序，從袋中各取一球，取後不
放回。試問在甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 ⑬/⑭。（化為最簡分數）

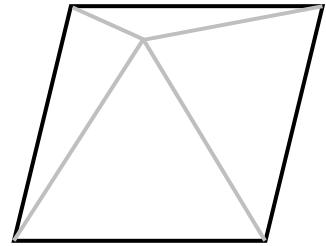
C. 小燦預定在陽台上種植玫瑰、百合、菊花和向日葵等四種盆栽。如果陽台上的空間最多能種 8 盆，可以不必擺滿，並且每種花至少一盆，則小燦買盆栽的方法共有 ⑮⑯ 種。

- D. 平面 $x - y + z = 0$ 與三平面 $x = 2$, $x - y = -2$, $x + y = 2$ 分別相交所得的三直線可圍成一個三角形。此三角形之周長化成最簡根式，可表為 $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ ，其中 a, b, c, d 為正整數且 $b < d$ ，則 $a = \underline{\textcircled{17}}$ ， $b = \underline{\textcircled{18}}$ ， $c = \underline{\textcircled{19}}$ ， $d = \underline{\textcircled{20}}$ 。
- E. 坐標平面上，直線 L_1 與 L_2 的方程式分別為 $x + 2y = 0$ 與 $3x - 5y = 0$ 。為了確定平面上某一定點 P 的坐標，從 L_1 上的一點 Q_1 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_1P} = (-7, 9)$ ，再從 L_2 上的點 Q_2 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_2P} = (-6, -8)$ ，則 P 點的坐標為 $(\underline{\textcircled{21}}, \underline{\textcircled{22}})$ 。
- F. 小華準備向銀行貸款 3 百萬元當做創業基金，其年利率為 3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利（每年複利一次）計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳 $\underline{\textcircled{23} \textcircled{24} \textcircled{25} \textcircled{26}}$ 元。
- G. 某一公司，有 A、B、C 三個營業據點，開始時各有 36 位營業員，為了讓營業員了解各據點業務狀況，所以進行兩次調動。每次調動都是：
將當時 A 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 B 據點、 $\frac{1}{6}$ 調到 C 據點；
將當時 B 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 A 據點、 $\frac{1}{3}$ 調到 C 據點；
將當時 C 據點營業員中的 $\frac{1}{6}$ 調到 A 據點、 $\frac{1}{6}$ 調到 B 據點。
則兩次的調動後，C 據點有 $\underline{\textcircled{27} \textcircled{28}}$ 位營業員。

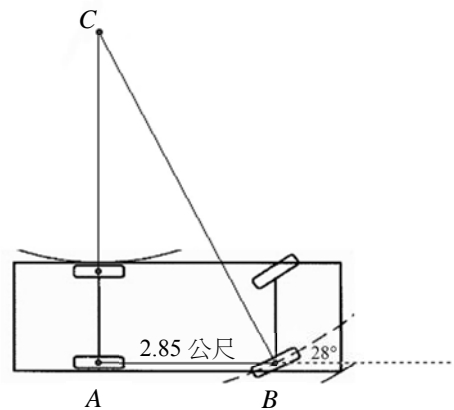
- H. 有一底面為正方形的四角錐，其展開圖如下圖所示，其中兩側面的三角形邊長為 3,4,5，則此角錐的體積為 $\frac{\textcircled{29} \textcircled{30} \sqrt{\textcircled{31}}}{3}$ 。(化為最簡根式)



- I. 在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值 $\tan \theta$ 。若一金字塔（底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形）的每一個斜面的坡度皆為 $\frac{2}{5}$ ，如圖。則相鄰斜面的夾角的餘弦函數的絕對值為 $\frac{\textcircled{32} \textcircled{33}}{\textcircled{34} \textcircled{35}}$ 。(化為最簡分數)



- J. 下圖為汽車迴轉示意圖。汽車迴轉時，將方向盤轉動到極限，以低速讓汽車進行轉向圓周運動，汽車轉向時所形成的圓周的半徑就是迴轉半徑，如圖中的 \overline{BC} 即是。已知在低速前進時，圖中 A 處的輪胎行進方向與 \overline{AC} 垂直， B 處的輪胎行進方向與 \overline{BC} 垂直。在圖中，已知軸距 \overline{AB} 為 2.85 公尺，方向盤轉到極限時，輪子方向偏了 28 度，試問此車的迴轉半徑 \overline{BC} 為 $\underline{\textcircled{36}.\textcircled{37}}$ 公尺。(小數點後第一位以下四捨五入， $\sin 28^\circ \approx 0.4695$, $\cos 28^\circ \approx 0.8829$)



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X \sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高