

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

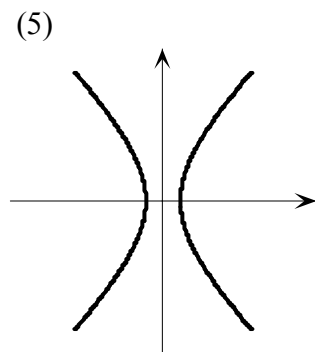
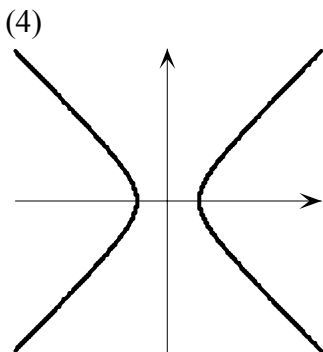
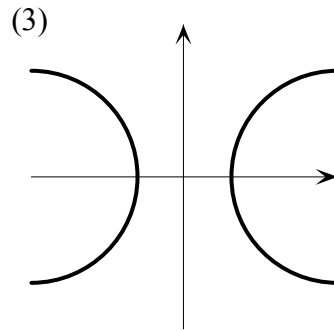
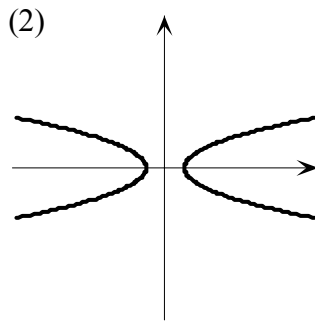
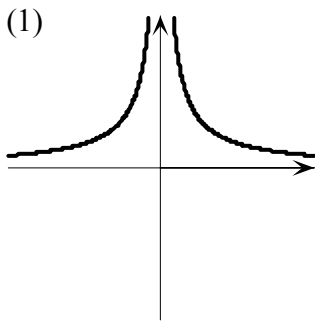
1. 在 230 與 240 之間共有多少個質數？

- (1) 1 個
- (2) 2 個
- (3) 3 個
- (4) 4 個
- (5) 5 個

2. 方程式  $x^4+2x^2-1=0$  有多少個實根？

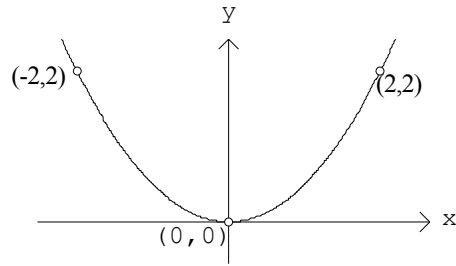
- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

3. 下列圖形有一為雙曲線，請將它選出來。



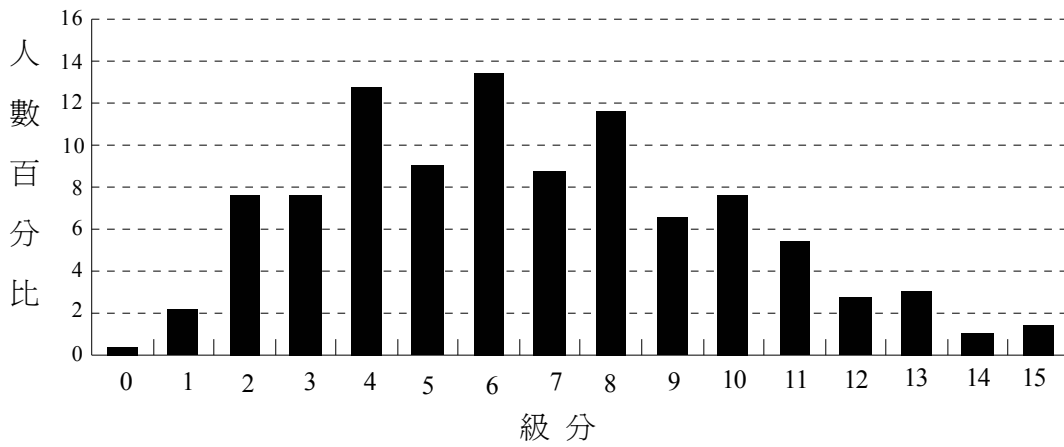
4. 如圖所示，在坐標平面上，以原點(0,0)為頂點，且通過(2,2),(-2,2)的拋物線，它的焦點坐標為

- (1) (0, 0.5)
- (2) (0, 1)
- (3) (0, 1.5)
- (4) (0, 2)
- (5) (0,4)



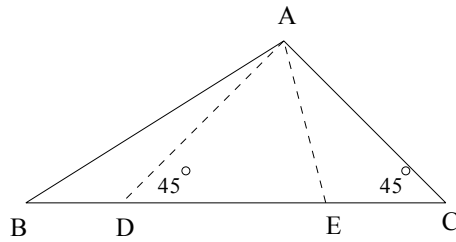
5. 九十年大學學科能力測驗有 12 萬名考生，各學科成績採用 15 級分，數學學科能力測驗成績分佈圖如下圖。請問有多少考生的數學成績級分高於 11 級分？選出最接近的數目。

- (1) 4000 人
- (2) 10000 人
- (3) 15000 人
- (4) 20000 人
- (5) 32000 人



90學年度數學學科能力測驗成績分佈圖

6. 如圖



$\triangle ABC$  中， $BC$  邊上兩點  $D$ 、 $E$  分別與  $A$  連線。假設  $\angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$ ，三角形  $ABC$ ， $ABD$ ， $ABE$  的外接圓直徑分別為  $c, d, e$ 。試問下列何者為真？

- (1)  $c < e < d$
- (2)  $d < e < c$
- (3)  $e < c, d < c$
- (4)  $d = c < e$
- (5)  $d = c > e$

### 貳、多重選擇題

說明：第 7 至 12 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

7. 關於雙曲線  $x^2 - y^2 = 1$ ，下列選項何者為真？

- (1) 對稱於  $y$  軸
- (2) 對稱於直線  $x - y = 0$
- (3) 直線  $x + y = 0$  為一漸近線
- (4)  $(-2, 0)$  及  $(2, 0)$  為其焦點
- (5)  $(-1, 0)$  及  $(1, 0)$  為其頂點

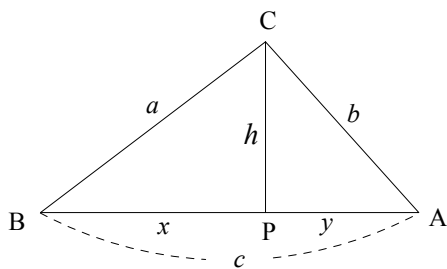
8. 設實數  $a, b$  滿足

$$0 < a < 1, 0 < b < 1.$$

則下列選項哪些必定為真？

- (1)  $0 < a + b < 2$
- (2)  $0 < ab < 1$
- (3)  $-1 < b - a < 0$
- (4)  $0 < a/b < 1$
- (5)  $|a - b| < 1$

9. 如圖



$\triangle ABC$  的對邊分別為  $a, b, c$ ， $P$  為  $C$  點的垂足， $h$  為高， $BP=x$ ， $AP=y$ ，則下列選項哪些必定為真？

(1)  $\cos C = \frac{h}{a} + \frac{h}{b}$

(2)  $\cos C = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$

(3)  $\cos C = \cos(A+B)$

(4)  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

(5)  $\cos C = \frac{h^2 - xy}{ab}$

10. 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率為實數  $m_1, m_2, m_3$ ，並假設  $m_1 > m_2 > m_3$ 。則下列選項哪些必定為真？

(1)  $m_1 m_2 = -1$

(2)  $m_1 m_3 = -1$

(3)  $m_1 > 0$

(4)  $m_2 \leq 0$

(5)  $m_3 < 0$

11. 函數  $f(x) = \frac{1}{2}(\cos 10x - \cos 12x)$ ， $x$  為實數。則下列選項哪些為真？

(1)  $f(x) = \sin 11x \sin x$  恒成立

(2)  $|f(x)| \leq 1$  恒成立

(3)  $f(x)$  的最大值是 1

(4)  $f(x)$  的最小值是 -1

(5)  $f(x) = 0$  的解有無窮多個

12. 三相異平面兩兩相交於三條相異直線  $l_1, l_2, l_3$ 。試問下列選項哪些絕不可能發生？

(1)  $l_1, l_2, l_3$  三線共交點

(2)  $l_1, l_2, l_3$  不共面，但  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$

(3)  $l_1, l_2, l_3$  共平面

(4)  $l_1, l_2, l_3$  兩兩相交，但三交點相異

(5)  $l_1, l_2, l_3$  三線中兩兩都是歪斜線

第二部分：填充題

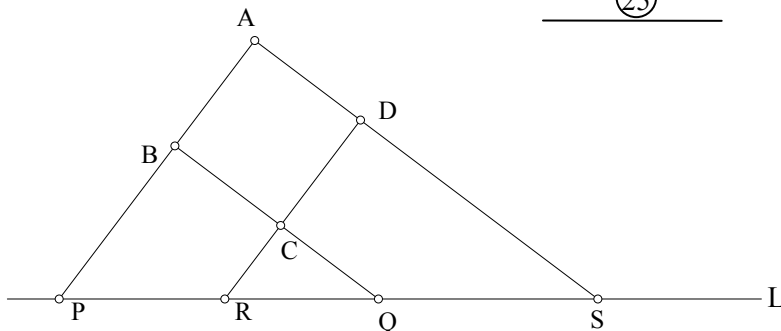
說明：1. 第 A 至 H 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13-35)。  
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.  $11^{15}$  除以 100 的餘數為 ⑬⑭。

B. 令複數  $z = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$  且  $z \cdot i = 2(\cos a\pi + i\sin a\pi)$ ，則實數  $a = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。

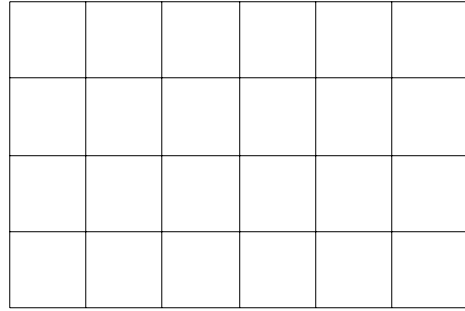
C. 某人存入銀行 10000 元，言明年利率 4%，以半年複利計息，滿一年本利和為 Q 元。  
則  $Q = \textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}\textcircled{22}$ 。

D. 在平面上有一正方形 ABCD，AB、BC、CD、DA 的延長線分別交直線 L 於 P、Q、R、S。  
已知  $PR=3$ 、 $QS=4$ ，則正方形 ABCD 的邊長為  $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。



E. 空間中有三個平面  $5x+4y-4z=kx$ ， $4x+5y+2z=ky$ ， $x+y+z=0$ ，其中  $k < 10$ 。  
當  $k = \textcircled{26}$  時，三個平面交於一線。

- F. 如右圖各小方格為  $1\text{cm}^2$  的正方形。  
試問圖中大大小小的正方形共有多少個？  
答： 27 28 個。



- G. 一顆半徑為 12 公分的大巧克力球，裡頭包著一顆半徑為 5 公分的軟木球。如果將此巧克力球重新融化，做成半徑為 2 公分的實心巧克力球，最多可以做幾顆這樣的巧克力球？  
答： 29 30 31 顆。

- H. 某次考試，有一多重選擇題，有 A、B、C、D、E 五個選項。給分標準為完全答對給 5 分，只答錯 1 個選項給 2.5 分，答錯 2 個或 2 個以上的選項得 0 分。若某一考生對該題的 A、B 選項已確定是應選的正確答案，但 C、D、E 三個選項根本看不懂，決定這三個選項要用猜的來作答。則他此題所得分數的期望值為  $32 + \frac{33}{34 \cdot 35}$  分。

### 參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3. 等比級數  $\langle ar^{n-1} \rangle$  的前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1.$

4.  $\triangle ABC$  的正弦及餘弦定理

(1)  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$   $R$  為外接圓的半徑(正弦定理)

(2)  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  (餘弦定理)

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$  ;  $\sqrt{3} \approx 1.732$  ;  $\sqrt{5} \approx 2.236$  ;  $\sqrt{7} \approx 2.646$  ;  $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

7. 半徑  $r$  的球體積為  $\frac{4}{3}\pi r^3$ 。