

# 八十七學年度大學入學考試中心 學科能力測驗試題

## 數學考科

### —作答注意事項—

**考試時間：**100 分鐘

**題型題數：**單一選擇題 4 題，多重選擇題 6 題，填充題第 A 至 J 題共 10 題

**作答方式：**• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液  
• 答錯不倒扣

**作答說明：**在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為 (1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，〔亦即選項(3)〕時，考生要在答案卡第 1 列的  $\overset{3}{\square}$  劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	-	±	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為 (1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的  $\overset{1}{\square}$  與  $\overset{3}{\square}$  劃記，如：

10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\overset{3}{\square}$  與第 19 列的  $\overset{8}{\square}$  劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20} \textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答

案卡的第 20 列的  $\overset{-}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  劃記，如：

20	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※ 試題後附有參考公式及可能用到的對數值



第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 4 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 當  $x$  介於  $0$  與  $2\pi$  之間，直線  $y=1-x$  與函數  $y=\tan x$  的圖形，共有幾個交點？

- (1)0 (2)1  
(3)2 (4)3  
(5)4

2. 設  $1-i$  為  $x^2+ax+3-i=0$  的一根，則  $a$  的值為何？

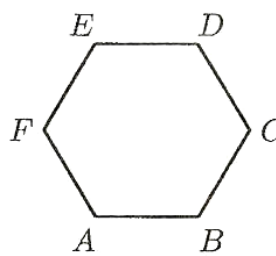
- (1)-3 (2)-2  
(3) $-1-i$  (4)2  
(5)3

3. 設事件  $A$  發生的機率為  $\frac{1}{2}$ ，事件  $B$  發生的機率為  $\frac{1}{3}$ 。若以  $P$  表事件  $A$  或事件  $B$  發生的機率，則

- (1)  $p \leq \frac{1}{6}$  (2)  $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$   
(3)  $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$   
(5)  $p > \frac{5}{6}$

4. 如圖(一)， $ABCDEF$  為一正六邊形。那麼下列向量內積中，何者最大？

- (1)  $\overline{AB} \cdot \overline{AB}$   
(2)  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$   
(3)  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$   
(4)  $\overline{AB} \cdot \overline{AE}$   
(5)  $\overline{AB} \cdot \overline{AF}$



圖(一)

## 貳、多重選擇題

說明：第 5 至 10 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

5. 已知「偶數的平方是 4 的倍數；奇數的平方除以 4 餘數為 1」。考慮五個數：513，226，216，154，145，試問下列何者可以和上述五數中的某一數相加成為完全平方數？

- (1)513 (2)226  
(3)216 (4)154  
(5)145

6. 設不共點的三直線之方程式分別為

$$\begin{aligned}ax - 4y &= 1, \\(a + 1)x + 3y &= 2, \\x - 2y &= 3,\end{aligned}$$

其中  $a$  為實數。試問  $a$  為何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？

- (1)-8 (2)-4  
(3)1 (4)3  
(5)5

7. 下列敘述何者為真？

- (1)  $\sin 50^\circ < \cos 50^\circ$  (2)  $\tan 50^\circ < \cot 50^\circ$   
(3)  $\tan 50^\circ < \sec 50^\circ$  (4)  $\sin 230^\circ < \cos 230^\circ$   
(5)  $\tan 230^\circ < \cot 230^\circ$

8. 在空間中，下列那些點可與  $A(1,2,3)$ ， $B(2,5,3)$ ， $C(2,6,4)$  三點構成一平行四邊形？

- (1)  $(-1,-5,-2)$  (2)  $(1,1,2)$   
(3)  $(1,3,4)$  (4)  $(3,7,6)$   
(5)  $(3,9,4)$



B. 設  $a$  與  $b$  均為實數。若

$$\frac{a}{2^1} + \frac{b}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \frac{b}{2^4} + \cdots + \frac{a}{2^{2n-1}} + \frac{b}{2^{2n}} + \cdots = 3,$$

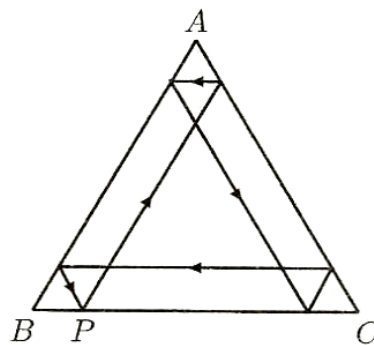
則  $2a+b = \underline{\textcircled{14}}$ 。

C. 某公司有甲、乙、丙三條生產線，現欲生產三萬個產品，如果甲、乙、丙三條生產線同時開動，則需 10 小時；如果只開動乙、丙兩條生產線，則需 15 小時；如果只開動甲生產線 15 小時，則需再開動丙生產線 30 小時，才能完成所有產品。問如果只開動乙生產線，則需

           $\textcircled{15}$  $\textcircled{16}$           小時才能生產三萬個產品。

D. 長方體中，互為歪斜線的稜線共有            $\textcircled{17}$  $\textcircled{18}$           對。

E. 在圖(三)中， $ABC$  是邊長為 8 的正三角形撞球檯，線段  $BP = \sqrt{2}$ 。今由  $P$  點將一粒球以平行  $BA$  方向射出，最後又回到  $P$  點。球所走的路徑，如圖箭號所示。則此路徑的長度為            $\textcircled{19}$  $\textcircled{20}$           。



圖(三)

F. 在等比數列  $\langle a_n \rangle$  中，

$$a_1 = 1,$$

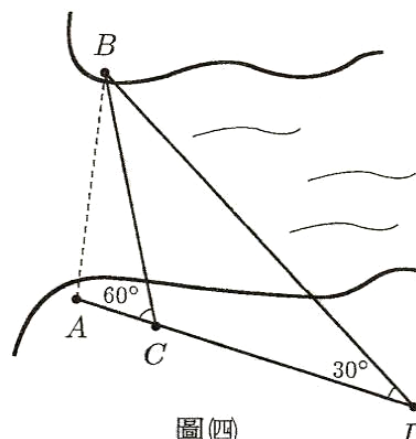
$$a_4 = 2 - \sqrt{5},$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad n \geq 1$$

則  $\langle a_n \rangle$  的公比 =            $\textcircled{21}$  $\textcircled{22}$   $\sqrt{5}$             
           $\textcircled{23}$

第 5 頁  
共 7 頁

- G. 如圖(四)，A、B 分別位於一河口的兩岸邊。某人在通往 A 點的筆直公路上，距離 A 點 50 公尺的 C 點與距離 A 點 200 公尺的 D 點，分別測得  $\angle ACB=60^\circ$ ， $\angle ADB=30^\circ$ ，則 A 與 B 的距離為 ②4②5  $\sqrt{\text{②6}}$  公尺。

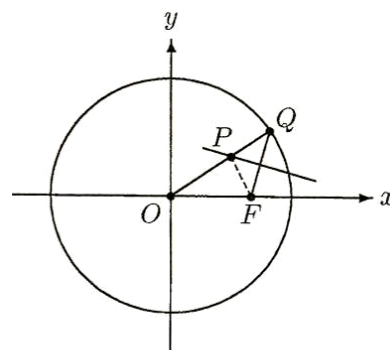


圖(四)

- H. 設  $f(x)$  為一多項式。若  $(x+1)f(x)$  除以  $x^2+x+1$  的餘式為  $5x+3$ ，則  $f(x)$  除以  $x^2+x+1$  的餘式為 ②7  $x + \text{②8}$ 。

- I. 在圖(五)中，圓  $O$  的半徑為 6， $F$  的坐標為  $(4,0)$ ， $Q$  在圓  $O$  上， $P$  為  $\overline{FQ}$  的中垂線與  $\overline{OQ}$  的交點。當  $Q$  在圓  $O$  上移動時，動點  $P$  的軌跡方程式為

$$\frac{(x - \text{②9})^2}{\text{③1}} + \frac{(y - \text{③0})^2}{\text{③2}} = 1$$



圖(五)

- J. 下表所列為各項主要食品的平均消費價格，以及民國 70 年維持一家四口所需各項食品的平均需要量。若以拉氏指數來衡量，那麼民國 76 年主要食品的費用比民國 70 年高出的百分率為 ③3③4③5 %。(小數點以下四捨五入)

項 目	70 年價格	76 年價格	70 年平均用量
蓬萊米	7.6	16.0	45.0
豬 肉	49.0	97.0	5.0
虱目魚	36.0	74.0	0.5
包心白菜	5.6	15.0	4.0
香 蕉	4.7	13.0	3.0
花生油	25.0	54.0	0.8

## 參考公式及可能用到的對數值

- 一元二次方程式的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 以  $\alpha$ ， $\beta$  為二根的一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的根與係數關係為：  
 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$  及  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
- 等比級數  $\langle ar^{n-1} \rangle$  的前  $n$  項之和：  
當  $r \neq 1$  時， $S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$ ；當  $r = 1$  時， $S_n = na$
- 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- $\triangle ABC$  的正弦及餘弦定律  
(1)  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = d$ ， $d$  為外接圓直徑 (正弦定律)  
(2)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$  (餘弦定律)
- 正弦函數的和角公式為  
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$   
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- 餘弦函數的和角公式為  
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$   
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $I_k$  表  $k$  期 (計算期) 的加權綜合物價指數，

$$I_k = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ik} q_i}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_i} \times 100,$$

其中  $p_{i0}$  表 0 期 (基期) 第  $i$  項商品的價格；

$p_{ik}$  表  $k$  期 (計算期) 第  $i$  項商品的價格；

$q_i$  表第  $i$  項商品的指定權數 (適當的消費量)；

$n$  表列入計算的商品數。

註：以基期之消費量  $q_{i0}$  作為權數而得的指數叫拉氏指數；

以計算期之消費量  $q_{ik}$  作為權數而得的指數叫裴氏指數。



$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^y) = y \log_a x$$

10. 可能用到的對數值（近似值）

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$$