

八十四學年度
大學入學考試中心
學科能力測驗試題

數學考科

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

題型題數：

- 選擇題共 11 題
- 填充題共 9 題

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
- 選擇題答錯不倒扣
- 非選擇題用黑色或藍色筆在答案卷上作答

※ 試題後附有參考公式及對數表

— 考試鈴聲響後始可翻頁 —

祝考試順利

第一部份：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至第 7 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 圖 1 中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 為坐標平面上的五個點。將這五點的坐標 (x, y) 分別代入 $x - y = k$ ，問那一點所得的 k 值最大？

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

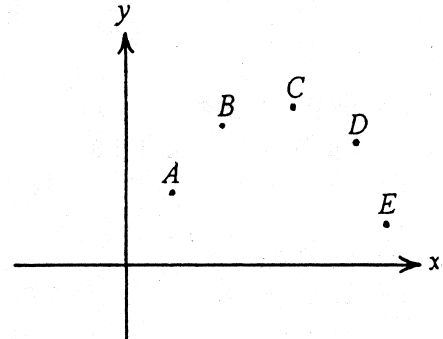


圖 1

2. 若將 $\frac{1}{4369} + \frac{1}{5911}$ 化為最簡分數，則其分母為何？

- (A) 100487
- (B) 100489
- (C) 10280
- (D) 25825159
- (E) 25825161

3. 圖 2 表示長方形垛的疊法：



圖 2

某水果販將橘子堆成長方形垛。若最底層長邊有 10 個橘子，短邊有 5 個，則此長方形垛最多有幾個橘子？

- (A) 110
- (B) 120
- (C) 130
- (D) 140
- (E) 150

4. 以下選項所列的各平面，那一個平面與球 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 19 = 0$ 相交所成的圓之面積最大？
- (A) $x + y + z = 0$
 (B) $z = -1$
 (C) $y = 1$
 (D) $x = 2$
 (E) $x = 2y$

5. 我國自用小汽車的牌照號碼，前兩位為大寫英文字母，後四位為數字，例如 $AB-0950$ 。若最後一位數字不用 4，且後四位數字沒有 0000 這個號碼，那麼我國可能有的自用小汽車牌照號碼有多少個？
- (A) $26 \times 25 \times (4320 - 1)$
 (B) $26 \times 25 \times 4320 - 1$
 (C) $26 \times 25 \times (5040 - 1)$
 (D) $26 \times 26 \times (9000 - 1)$
 (E) $26 \times 26 \times 9000 - 1$

6. 某肥皂廠商欲推出一種新產品，在上市前以不同的單價 x (單位：十元) 調查市場的需求量 y (單位：萬盒)。調查結果如下：

x	8	9	10	11	12
y	11	12	10	8	9

問 x 和 y 的相關係數最接近下列那一個值？

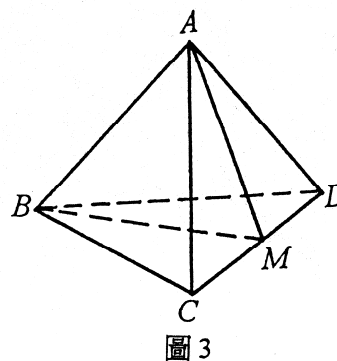
- (A) $\frac{4}{5}$
 (B) $\frac{2}{5}$
 (C) 0
 (D) $-\frac{2}{5}$
 (E) $-\frac{4}{5}$
7. 設 m 為實數，若二次函數 $y = mx^2 + 10x + m + 6$ 的圖形在直線 $y = 2$ 的上方，則 m 的範圍為何？
- (A) $m > 0$
 (B) $m > -2 + \sqrt{29}$
 (C) $0 < m < -2 + \sqrt{29}$
 (D) $-2 - \sqrt{29} < m < -2 + \sqrt{29}$
 (E) $m > -2 + \sqrt{29}$ 或 $m < -2 - \sqrt{29}$

貳、多重選擇題

說明：第 8 至第 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

8. 下面有五組函數，那些組的兩個函數，其圖形互相對稱於 y 軸？
- (A) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}$ 和 $y = 2^{3x}$
- (B) $y = 2^{3x}$ 和 $y = 3^{2x}$
- (C) $y = x^2$ 和 $y = -x^2$
- (D) $y = \log x$ 和 $y = \log(-x)$
- (E) $y = \cos x$ 和 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
9. $\cos 74^\circ - \cos 14^\circ$ 等於下列那些式子？
- (A) $\cos 60^\circ$
- (B) $2 \sin 30^\circ \sin 44^\circ$
- (C) $2 \cos 30^\circ \cos 44^\circ$
- (D) $\sin 16^\circ - \sin 76^\circ$
- (E) $\sin 164^\circ + \cos 166^\circ$
10. 已知等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $x - y = 0$ ，中心的坐標為 $(1, 1)$ ，且 Γ 通過點 $(3, 0)$ 。試問下列敘述那些是正確的？
- (A) Γ 的兩條漸近線互相垂直
- (B) $x + y = 0$ 為 Γ 的另外一條漸近線
- (C) Γ 的貫軸在直線 $y = 1$ 上
- (D) 點 $(1, \sqrt{3} - 1)$ 為 Γ 的一個頂點
- (E) 點 $(1, \sqrt{6} - 1)$ 為 Γ 的一個焦點

11. 圖3中 $ABCD$ 為正四面體， M 為 \overline{CD} 的中點，試問下列那些敘述是正確的？
- (A) 直線 CD 與平面 ABM 垂直
 (B) 向量 AB 與向量 CD 垂直
 (C) $\angle AMB > \angle ADB$
 (D) 平面 ACD 與平面 BCD 的二面角(銳角)大於 60°
 (E) $\overline{BA} = \overline{BM}$



第二部份、填充題

說明：1. 第12至20題，每題5分。
 2. 將答案寫在答案卷上，不必列出演算過程
 3. 切勿將無理數或無限小數寫成有限小數
 例如：不要把 $\sqrt{2}$ 寫成1.414
 不要把 $\frac{1}{3}$ 寫成0.333

12. 已知兩拋物線 $x = y^2 + 3y - 2$ 與 $y = x^2 + kx + 19$ 有交點，其中兩個交點在直線 $x + y = 3$ 上，則 k 的值等於多少？
(A)

13. 已知二多項式

$$P(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + 10x^9 + 11x^{10} = \sum_{i=0}^{10} (i+1)x^i,$$

$$\text{與 } Q(x) = 1 + 3x^2 + 5x^4 + \cdots + 9x^8 + 11x^{10} = \sum_{i=0}^5 (2i+1)x^{2i}.$$

則 $P(x)$ 和 $Q(x)$ 的乘積中， x^9 的係數為 (B)。

14. 林先生和陳小姐一起到遊樂場玩打靶遊戲。林先生射擊命中靶的機率是 $2/5$ ，陳小姐的機率是 $1/2$ 。林先生先射，陳小姐後射；林先生射中與否不會影響陳小姐的命中率。若他們兩人向靶各射一次，問只有陳小姐射中的機率為多少？
(C)

15. 設 n 為自然數，則滿足 $10^{n-1} > 9^n$ 的 n 值中最小的為 (D)。
16. 有四條直線 $L_1: x - y = 1$ ， $L_2: x + y = 4$ ， $L_3: 8x + y = -10$ 和 $L_4: x = 2$ 。這四條直線圍出一個四邊形。請問此四邊形較短的對角線長度為多少？(E)
17. 一汽艇在湖上沿直線前進，有人用儀器在岸上先測得汽艇在正前方偏左 50° ，距離為 200 公尺。一分鐘後，於原地再測，知汽艇駛到正前方偏右 70° ，距離為 300 公尺。那麼此艇在這一分鐘內行駛了 (F) 公尺。
18. 假設某鎮每年的人口數逐年成長，且成一等比數列。已知此鎮十年前有 25 萬人，現在有 30 萬人，那麼二十年後，此鎮人口應有 (G) 萬人。(求到小數點後一位)
19. 設 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin x + \cos x)$ ，則 $f(x)$ 的最小值為 (H)。
20. 在空間坐標中，設 xy 平面為一鏡面。有一光線通過點 $P(1, 2, 1)$ ，射向鏡面上的點 $O(0, 0, 0)$ ，經鏡面反射後通過點 R 。若 $\overline{OR} = 2\overline{PO}$ ，則 R 點的坐標為 (I)。

參考公式及對數表

1. 一元二次方程式的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 前 n 項之和

當 $r \neq 1$ 時
$$S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$$

當 $r = 1$ 時
$$S_n = na$$

3. P_1, P_2 兩點間的距離
$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

4. $\triangle ABC$ 的正弦與餘弦定律

(1)
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = d, \quad d \text{ 為外接圓直徑} \quad (\text{正弦定律})$$

(2)
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad (\text{餘弦定律})$$

5. 正弦函數的和角公式為

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

6. 餘弦函數的和角公式為

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

7. 正餘弦函數的積化為和的公式

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

8. 點 $P(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $E: ax + by + cz + d = 0$ 的距離為
$$\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

9. 統計公式

算術平均 $M (= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$

相關係數 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$

S_X 為隨機變數 X 之標準差

S_Y 為隨機變數 Y 之標準差

10. 常用常數表 $y = \log_{10} x$

x											表尾差								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11

註：1.表中所給的對數值為小數點後的值。

2.表中最左欄的數字表示 x 的個位數及小數點後第一位，最上一欄的數字表示 x 的小數點後第二位。