

大學入學考試中心
九十八學年度指定科目考試試題

數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

- (一) 單選題只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到-, ±以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子；多選題只用 1, 2, 3, 4 等四個格子，而不需要用到-, ±以及 5, 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列 3 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 1 與 3 劃記，如：

5	<input checked="" type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±
---	---------------------------------------	----------------------------	---------------------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

- (二) 選填題的題號是 A, B, C, ..., 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 與第 21 列的 7 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±
21	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6	<input checked="" type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> -	<input type="checkbox"/> ±

祝考試順利

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共佔 74 分）

一、單選題（18 分）

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 數學教科書所附的對數表中， $\log 4.34 = 0.6375$ 、 $\log 4.35 = 0.6385$ 。根據 $\log 4.34$ 和 $\log 4.35$ 的查表值以內插法求 $\log 4.342$ ，設求得的值為 p ，則下列哪一個選項是正確的？

(1) $p = \frac{1}{2}(0.6375 + 0.6385)$

(2) $p = 0.2 \times 0.6375 + 0.8 \times 0.6385$

(3) $p = 0.8 \times 0.6375 + 0.2 \times 0.6385$

(4) $p = 0.6375 + 0.002$

(5) $p = 0.6385 - 0.002$

2. 擲一均勻硬幣，若連續三次出現同一面就停止。設：

a 為恰好投擲三次停止的機率；

b 為在第一次是反面的情況下，恰好在第四次停止的條件機率；

c 為在第一、二次都是反面的情況下，恰好在第五次停止的條件機率。

則下列哪一個選項是正確的？

(1) $a = b = c$

(2) $a > b > c$

(3) $a < b < c$

(4) $a < b = c$

(5) $a > b = c$

3. 複數 $z_1 = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ 、 $z_2 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ 與它們的乘積 $z_1 z_2$ 在複數平面上對應的點分別為 P 、 Q 與 R 。則 $\angle QPR$ 等於下列哪一個選項？
- (1) $\frac{\pi}{12}$ (2) $\frac{\pi}{10}$ (3) $\frac{\pi}{9}$ (4) $\frac{\pi}{8}$ (5) $\frac{\pi}{6}$

二、多選題（32 分）

說明：第 4 至 7 題，每題各有 4 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分，每答錯一個選項，倒扣 2 分，完全答對得 8 分；整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

4. 設 a, b 為實數。如果空間中某一平面通過 $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, 3)$, $(1, 2, 3)$ 這些點，則下列哪些選項是正確的？
- (1) a, b 有可能都是正數
(2) a, b 有可能是一個正數一個負數
(3) a, b 有可能都是負數
(4) a, b 有可能只有一個等於 0

5. 在坐標空間中，一正立方體的八個頂點分別為 $(0,0,0)$ 、 $(1,0,0)$ 、 $(1,1,0)$ 、 $(0,1,0)$ 、 $(0,0,1)$ 、 $(1,0,1)$ 、 $(1,1,1)$ 與 $(0,1,1)$ 。若 A 、 B 分別為此正立方體兩稜邊的中點，則向量 \overrightarrow{AB} 可能為下列哪些選項？
- (1) $(1,0,0)$
 - (2) $(\frac{1}{2},0,0)$
 - (3) $(\frac{1}{2},0,1)$
 - (4) $(0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$
6. 設 $y=f(x)$ 是一個實係數四次多項式，其函數圖形在 $(-1,2)$ 和 $(1,2)$ 各有一個反曲點，且知在 $(-1,2)$ 和 $(1,2)$ 此函數圖形切線的斜率分別為 1 和 -1，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $x+1$ 是 $f''(x)$ 的因式
 - (2) $f'(x)$ 的常數項不等於零
 - (3) $f'(-x)=-f'(x)$
 - (4) $f(x)$ 的首項係數是 1

7. 已知丟某枚銅板，其出現正面的機率為 p ，出現反面的機率為 $(1-p)$ ，將此枚銅板丟擲 n 次，在丟擲過程中，正面第一次出現時，可得獎金 1 元，正面第二次出現時，可再得獎金 2 元，正面第三次出現時，可再得獎金 3 元，以此類推。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 n 次丟擲中出現正面 k 次，總共得到獎金 $\frac{1}{2}(k^2 - k)$ 元
- (2) 丟擲銅板第二次之後，累計得獎金 1 元的機率為 $2(p - p^2)$
- (3) 總共得到獎金 2 元的機率為 $\frac{n(n-1)}{2} p^2 (1-p)^{n-2}$
- (4) 總共得到獎金 $\frac{1}{2}(n^2 - n)$ 元的機率為 $n(p^{n-1} - p^n)$

三、選填題（24 分）

說明：A 至 C 題為選填題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（8 - 15）內。
每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

A. 在 A 、 B 兩支旗竿底端連線段中的某一端測得 A 旗竿頂端的仰角為 29° 、 B 旗竿頂端的仰角為 15° 。在底端連線段中的另一端測得 A 旗竿頂端的仰角為 26° 、 B 旗竿頂端的仰角為 19° 。則 A 旗竿高度和 B 旗竿高度的比值約為 ⑧.⑨（四捨五入到小數點後第一位）。

θ	15°	19°	26°	29°
$\cot \theta$	3.73	2.90	2.05	1.80

B. 對矩陣 $\begin{pmatrix} 4 & 9 & a \\ 3 & 7 & b \end{pmatrix}$ 作列運算若干次後得到 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

則 $(a,b) = (\underline{\textcircled{10}}\textcircled{11}}$, $\underline{\textcircled{12}}\textcircled{13}$)。

C. $\triangle ABC$ 為邊長為 5 的正三角形， P 點在三角形內部，若線段長度 $\overline{PB} = 4$ 且 $\overline{PC} = 3$ ，
則 $\cos \angle ABP = 0.\underline{\textcircled{14}}\textcircled{15}$ (四捨五入到小數點後第二位， $\sqrt{2}$ 的近似值是 1.414， $\sqrt{3}$
的近似值是 1.732)。

— — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — —

第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一. 設 R 代表坐標平面上由下列兩個不等式所定義的區域，

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

求函數 $x+y$ 在區域 R 上的最大值與最小值。(13 分)

二. 設四次多項式 $f(x) = x(1-x)(1+x^2)$

(1) 選取積分區間 $a \leq x \leq b$ ，使得定積分 $\int_a^b f(x)dx$ 達到最大值，並求此最大值；(7 分)

(2) 設 $c > 0$ ，求證 $\int_{-c}^c f(x)dx$ 恆為負值。(6 分)