

大學入學考試中心
105 學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

- 作答方式：
- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
 - 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
 - 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
 - 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{\pm}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪一個選項是方程式 $7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 0$ 的根？

- (1) -1 (2) $\frac{1}{7}$ (3) $-\frac{1}{7}$ (4) $\frac{2}{7}$ (5) $-\frac{2}{7}$

2. 考慮有理數 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 為正整數且 $1 \leq mn \leq 8$ 。則這樣的數值（例如 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{2}{4}$ 同值，只算一個）共有幾個？

- (1) 14 個 (2) 15 個 (3) 16 個 (4) 17 個 (5) 18 個

3. 坐標平面上有兩向量 $\vec{u} = (5, 10)$ ， $\vec{v} = (-4, 2)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？

(1) $-3\vec{u}$

(2) $6\vec{v}$

(3) $-2\vec{u} - 5\vec{v}$

(4) $2\vec{u} - 5\vec{v}$

(5) $\vec{u} + 7\vec{v}$

二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設 $f(x)$ 為一未知的實係數多項式，但知道 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)^2$ 的餘式為 $5x^2 + 6x + 7$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。

(1) 可求出 $f(0)$ 之值

(2) 可求出 $f(11)$ 之值

(3) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 的餘式

(4) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 的餘式

(5) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 的餘式

5. 甲先生、乙先生、丙先生、丁先生四位男士以及 A 小姐、B 小姐、C 小姐、D 小姐四位女士想要混搭兩部計程車，每車載有四名乘客。已知：

- (一) 甲先生與 A 小姐同車
- (二) 乙先生與 B 小姐同車
- (三) C 小姐與 D 小姐不同車

請選出正確的選項。

- (1) A 小姐與 D 小姐必不同車
- (2) 甲先生與 B 小姐必不同車
- (3) 乙先生與丙先生必同車
- (4) 如果乙先生與丁先生同車，則丙先生與 B 小姐必同車
- (5) 如果 D 小姐與乙先生同車，則 C 小姐與 A 小姐必同車

6. 設 $a=10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ， $b=a^{\sqrt{2}}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $1 < a$
- (2) $a < \sqrt{3}$
- (3) $a^2 < b^{\sqrt{3}}$
- (4) $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$
- (5) $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$

7. 坐標平面上 O 為原點， P 點坐標為 $(1,0)$ ，直線 L 的方程式為 $x-2y=-4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 在直線 L 上可以找到一點 A ，滿足向量 \vec{OP} 與 \vec{OA} 平行
- (2) 在直線 L 上可以找到一點 B ，滿足向量 \vec{OP} 與 \vec{OB} 垂直
- (3) 在直線 L 上可以找到一點 C ，滿足向量 \vec{OC} 與 \vec{PC} 垂直
- (4) 在直線 L 上可以找到一點 D ，滿足 $\overline{PD}=2$
- (5) 在直線 L 上可以找到一點 E ，滿足 $\triangle EOP$ 為等腰三角形

8. 某社區有一千位居民，其個人月所得少於 10,000 元者占 30%，介於 10,000 元及 20,000 元間者占 10%，介於 20,000 元及 40,000 元間者占 30%，介於 40,000 元及 80,000 元間者占 30%。請選出正確的選項。

- (1) 該社區個人月所得的中位數介於 20,000 元及 40,000 元間
- (2) 使用簡單隨機抽樣自該社區中抽出一位居民，其個人月所得在上述的四個區間中，以介於 10,000 元及 20,000 元間的機率最低
- (3) 該社區的個人月所得平均，不可能高過 40,000 元
- (4) 該社區的個人月所得平均，不可能低過該社區的個人月所得中位數
- (5) 若該社區新搬入一位居民，其月所得為 200,000 元，則該社區的個人月所得平均將增加，但增加量不會多過 200 元

三、選填題（占 18 分）

說明：第 A 至 C 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9-18)。每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 不透明袋中有三顆白球及三顆紅球。從袋中每次取出一球依序置於桌面，每次每顆球被取出的機率相同。全部取出後，前三顆球中有相鄰兩球同為白球

的機率為 $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10} \textcircled{11}}$ 。(請化為最簡分數)

B. 設 x, c 為實數，方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 。已知 A 的反方陣恰好是 B 的 c 倍

(其中 $c \neq 0$)，則數對 $(x, c) = (\textcircled{12}, \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14} \textcircled{15}})$ 。(請化為最簡分數)

C. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 186$ ， $a_3 + a_7 = 110$ 。令 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

$$\text{則極限 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} = \frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}} \text{。 (請化為最簡分數)}$$

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設隨機變數 X 表示投擲一不公正骰子出現的點數， $P(X = k)$ 表示隨機變數 X 取值為 k 的機率。已知 X 的機率分布如下表：(x, y 為未知常數)

k	1	2	3	4	5	6
$P(X = k)$	x	y	y	x	y	y

又知 X 的期望值等於 3。

(1) 試求 x, y 之值。(6 分)

(2) 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。(6 分)

- 二、某農業公司計畫向政府承租一筆平地和一筆山坡地，分別種植平地作物 A 和山坡地作物 B 。已知平地每一單位面積的年租金是 30 萬元，山坡地每一單位面積的年租金是 20 萬元；公司一年能夠提供土地租金的上限是 80 萬元。平地作物 A 的種植成本每單位面積一年是 40 萬元，山坡地作物 B 的種植成本每單位面積一年是 50 萬元；公司一年能夠提供種植成本的上限是 130 萬元。每年收成後，作物 A 每單位面積的利潤是 120 萬元，作物 B 每單位面積的利潤是 90 萬元。請問公司一年應租平地和山坡地各多少單位面積，收成後可以獲得最大利潤？又此時的最大利潤為何？（12 分）
- （註：所租土地的面積並不限制一定要是整數單位。）