

大學入學考試中心
103 學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：
• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	●	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	●	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	●	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	●	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第1題至第2題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 坐標平面上滿足 $10^x \cdot 100^y = 1000$ 的所有點 (x, y) 所形成的圖形為下列哪個選項？
 - (1) 一個點
 - (2) 一直線
 - (3) 兩直線
 - (4) 一個二次多項式的函數圖形
 - (5) 一個圓

2. 某班有 41 名學生，已知某次考試成績全班的平均分數為 64，最高分為 97，最低分為 24。欲將全班學生成績做線性調整（調整後分數 = $a + b \times$ 原始分數，其中 $b > 0$ ）使得最高分為 100 及最低分為 50。請選出正確的選項。
 - (1) 調整後分數的平均值較原始分數的平均值低
 - (2) 調整後分數的中位數和原始分數的中位數一樣
 - (3) 調整後分數的中位數較原始分數的中位數高
 - (4) 調整後分數的標準差和原始分數的標準差一樣
 - (5) 調整後分數的標準差較原始分數的標準差大

二、多選題（占 40 分）

說明：第3題至第7題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 三次實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(-3) > 0$ ， $f(-2) < 0$ ， $f(-1) > 0$ ， $f(1) > 0$ ， $f(2) = 0$ 。請選出正確的選項。

- (1) $f(0) < 0$
- (2) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -3 與 -2 之間
- (3) $f(x) = 0$ 恰有一根介於 -2 與 0 之間
- (4) $f(x) = 0$ 在 0 與 1 之間有根
- (5) $f(x) = 0$ 在 -3 與 3 之間恰有三個根

4. 請選出正確的選項。

- (1) 隨機亂數表的任一系列中， 0 到 9 各數字出現的次數皆相同
- (2) 擲一枚均勻的銅板 10 次，若前 5 次出現 3 次正面與 2 次反面，則後 5 次必定出現 2 次正面與 3 次反面
- (3) 投擲一枚均勻的銅板 2 次，在正面至少出現 1 次的條件下， 2 次都出現正面的條件機率等於 $\frac{1}{3}$
- (4) 投擲 6 顆公正的骰子， 1 、 2 、 3 、 4 、 5 、 6 點都出現的機率小於 $\frac{1}{6}$
- (5) 從一副 52 張的撲克牌（紅黑各有 26 張）中，隨機抽取相異的兩張，這兩張牌都是紅色的機率為 $\frac{1}{4}$

5. 請選出正確的選項。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n = 0$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{4}{3}\right)^n = 0$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{6^n + 7^n} = 0$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3} = \frac{1}{3}$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 1$$

6. 假設多項式 $f(x) = 2 - 2x + 4x(x-1) + x(x-1)(x-2)g(x)$ ，其中 $g(x)$ 為一實係數多項式。

請選出一定正確的選項。

(1) $f(x)$ 有 $(x-1)$ 的因式

(2) $f(x)$ 沒有 $(x+1)$ 的因式

(3) $f(x)$ 被 $(x-2)$ 除的餘式等於 6

(4) 0 不是 $f(x)=0$ 的根

(5) 通過 $(0, f(0))$ 、 $(1, f(1))$ 、 $(2, f(2))$ 的最低次插值多項式為 $2 - 2x + 4x(x-1)$

7. 三個相異實數 a 、 b 、 c 滿足 $b = \frac{4}{5}a + \frac{1}{5}c$ ，如果將 a 、 b 、 c 標示在數線上，則

- (1) b 在 a 與 c 之間
- (2) $c > b$
- (3) 若 $d = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}c$ ，則 d 在 a 與 b 之間
- (4) a 到 c 的距離是 a 到 b 的距離的 5 倍
- (5) 如果 $|b| = \frac{4}{5}|a| + \frac{1}{5}|c|$ ，則 $a \cdot b \cdot c > 0$

三、選填題（占 24 分）

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (8–15)。

2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 用 1、5、6、7、9 組成的三位數（不同位可以用相同數字），其個位數字、十位數字、百位數字的總和為偶數者共有 8 9 種。

B. 設 $A(1,2)$ 、 $B(1,-2)$ 為平面上兩定點，點 P 為 x 軸正向上的一點。若內積 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 5$ ，
則點 P 之坐標為 $(\underline{\textcircled{10}}, \underline{\textcircled{11}})$ 。

C. 設 P 、 Q 、 R 為二階方陣，已知 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ ， $PR = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ 且 $Q+R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，則
 $P = \begin{bmatrix} \textcircled{12} & \textcircled{13} \\ \textcircled{14} & \textcircled{15} \end{bmatrix}$ 。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、坐標平面上有三點 $O(0,0)$, $A(11,2)$, $B(23,18)$ 。直線 L 通過 A 點且與線段 \overline{AB} 垂直。

- (1) 求直線 L 上與 A 點距離為 5 的兩點 C, D 之坐標。(8 分)
- (2) 求 $\triangle OCD$ 的面積。(4 分)

二、某工廠可以買甲、乙兩種規格的鐵板來製作「熊大」徽章、「兔兔」徽章和「饅頭人」徽章。每塊甲規格的鐵板可以製作 8 個「熊大」徽章、4 個「兔兔」徽章及 8 個「饅頭人」徽章，每塊乙規格的鐵板可以製作 4 個「熊大」徽章、4 個「兔兔」徽章及 16 個「饅頭人」徽章。已知甲規格的鐵板每塊的成本為 400 元，乙規格的鐵板每塊的成本為 320 元；然而零售商需要 28 個「熊大」徽章、20 個「兔兔」徽章及 48 個「饅頭人」徽章。為了滿足零售商的需求，設工廠要買進 x 塊甲規格鐵板、 y 塊乙規格鐵板，其中 x 和 y 為非負整數，由下列步驟，求出何時才能達到最低成本。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。(4 分)
- (3) 工廠所需最低成本為多少元？(4 分)