

115 分科測驗數學甲考科試題或參考答案之反映意見回覆

題號：10

題目：

10. 坐標平面上，一圓 C 的圓心在 x 軸上，且圓 C 與兩直線 $L_1: y = \frac{4}{3}x$ 、 $L_2: y = -\frac{3}{4}x$ 皆不相交。設圓 C 上的點到 L_1 之最短距離為 d_1 ，圓 C 上的點到 L_2 之最短距離為 d_2 。

若 d_1 是 d_2 的三倍，則過原點 $(0,0)$ 且與圓 C 相切的直線，其斜率為 $\frac{\textcircled{10-1} \sqrt{\textcircled{10-2}}}{\textcircled{10-3}}$ 。

(化為最簡根式)

意見內容：

學生認為填答「 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 」，也應得到部分或全部分數。首先，「 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 」是包含解集合內的正確答案。再者 106 指考數學甲的選填 D 題，有兩個可能答案而寫出其中一個就給分，學生在面對今年這題時，做出正負兩個答案難免認為寫出其中之一即可。最後能夠寫出「 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 」的考生，絕大多數具備解出這一題能力，只不過在選填答案時粗心，若因此六分全失，對學生的數學學習無疑是莫大的打擊，並且有失這道題目的鑑別度。綜上所述，學生認為「 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 」的答案也應得到全部或部分分數。

意見回覆：

1. 本題主要測驗點到直線的距離，欲評量考生能否了解題意後列出數學式，並從中得知過原點 $(0,0)$ 的直線其斜率有兩解，如下所示：

設圓心為 $P(a,0)$ ，半徑為 r ，

$$d_1 = 3d_2, \text{ 即 } \frac{|4a|}{5} - r = 3\left(\frac{|3a|}{5} - r\right) \Rightarrow |a| = 2r。$$

又設切線方程式為 $L: y = mx$ ，

$$\text{得 } d(P, L) = r \Rightarrow \frac{|m \cdot a - 0|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{|a|}{2} \Rightarrow \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}。$$

2. 依作答注意事項之選填題作答說明，「必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記」，且選填題之作答區，除了 10 個數字格子外，另有「-」號與「±」兩個格字。以本題為例，於答題卷之作答區如下：

10-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
10-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
10-3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

正確答案算出 $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，即應於列號「10-1」於最後一個格子「±」畫記。

來函提及 106 指考之數學甲，依選填題作答方式，每個數字只能畫記於一個格子，因此，無法將兩組數據同時畫記於同一道試題之作答區。此情形與本題不同。

3. 再依考試簡章之成績計算說明，「數學甲與數學乙考科之選填題，每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。」
4. 綜合上述，本題維持原答案。