

財團法人大學入學考試中心基金會

115學年度分科測驗試題

數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{18-1}{18-2}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{0}{8}$	$\frac{-}{8}$	$\frac{\pm}{8}$
18-2	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{0}{8}$	$\frac{-}{8}$	$\frac{\pm}{8}$

例：若答案格式是 $\frac{19-1}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 $\frac{-}{50}$ 與第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{0}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{\pm}{50}$
19-2	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{0}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{\pm}{50}$

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占72分）

一、單選題（占30分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 試選出 $\log_2(8\sqrt{2}) - \log_2(4\sqrt{2})$ 的值。

- (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{2}$ (5) $\frac{5}{2}$

2. 設 $i = \sqrt{-1}$ 、複數 $z = 2 + i$ 、 $w = 1 + i$ 。試問下列哪一個複數的絕對值等於 5？

- (1) $z - w$
(2) $z - 2w$
(3) $z - 3w$
(4) $z - 4w$
(5) $z - 5w$

3. 一袋中有三顆球，球上分別印有號碼 1, 2, 6。假設每次抽球時，袋中每顆球被抽到的機率均相等，考慮以下三種情況：

（甲）隨機抽出一顆球，設此球號碼的期望值為 a 。

（乙）隨機抽出一顆球，記錄號碼後放回袋中，再隨機抽出一顆球，設前後兩顆球號碼平均數的期望值為 b 。

（丙）隨機抽出一顆球，取後不放回，再隨機抽出另一顆球，設前後兩顆球號碼平均數的期望值為 c 。

有關 a, b, c 的大小關係，試選出正確的選項。

- (1) $a > b > c$
(2) $a = b > c$
(3) $a = b = c$
(4) $a = b < c$
(5) $a < b < c$

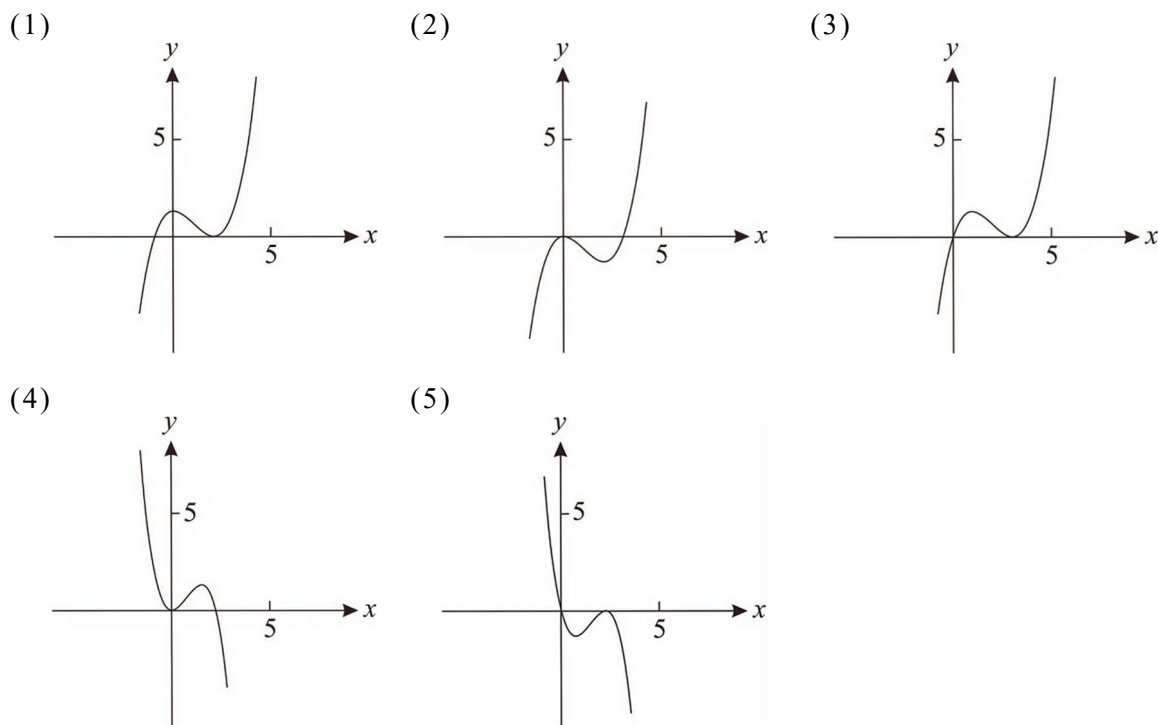
4. 坐標平面上有一圓 Γ 。已知直線 $L: y=x$ 與圓 Γ 相切，且圓 Γ 的圓心對直線 L 的對稱點坐標為 $(5,3)$ 。試選出圓 Γ 的方程式。

- (1) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 0$
 (2) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 2$
 (3) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 4$
 (4) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 2$
 (5) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$

5. 坐標空間中有一點 $A(6,8,-8)$ 。試問在 x 軸、 y 軸、 z 軸這三條坐標軸上，總共有幾個點與點 A 的距離等於 10？

- (1) 0 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 6

6. 設三次多項式 $f(x) = \int_0^x t(t-2) dt$ 。試問下列選項中，哪一個最有可能是函數 $y=f(x)$ 在坐標平面上的圖形？



二、多選題（占24分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

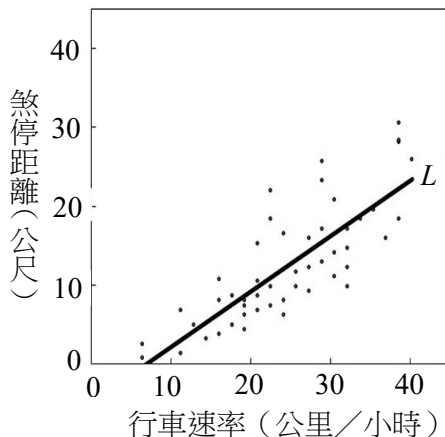
7. 根據經驗，某甲在閱讀某社群媒體上的文章時，對每篇文章是否「按讚」為獨立事件，且對每篇文章「按讚」的機率皆為 $\frac{1}{3}$ 。已知某甲在某日依序讀了 4 篇文章。試選出正確的選項。

- (1) 某甲對第 4 篇文章「按讚」的機率是 $\frac{1}{3}$
- (2) 在某甲對第 1 篇文章「按讚」的條件下，某甲對第 2 篇文章「按讚」的機率小於 $\frac{1}{3}$
- (3) 某甲在此 4 篇文章中，恰對 2 篇文章「按讚」的機率是 $\frac{4}{81}$
- (4) 某甲在此 4 篇文章中，至少對 2 篇文章「按讚」的機率是 $\frac{11}{27}$
- (5) 某甲在此 4 篇文章中，至少連續對 2 篇文章「按讚」的機率是 $\frac{7}{27}$

8. 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_7$ 為等差數列，且滿足 $10^{a_3} = 2$ ， $10^{a_5} = 5$ 。試選出正確的選項。

- (1) $10^{a_1}, 10^{a_2}, 10^{a_3}, \dots, 10^{a_7}$ 為等比數列
- (2) $10^{a_7} = \frac{25}{2}$
- (3) $a_4 = \log \frac{7}{2}$
- (4) $a_1 > 0$
- (5) $\sum_{k=3}^6 (a_{k+1} - a_k) = 2 - 4\log 2$

9. 某甲收集某廠牌車輛 50 筆行車速率（公里／小時）與煞停距離（公尺）的數據，並以行車速率為 x 軸、煞停距離為 y 軸繪製成散布圖，如下圖所示，其中直線 L 為 y 對 x 的最適直線（迴歸直線）。



已知此 50 筆行車速率與煞停距離數據的平均數分別為 24.8 與 12.6，相關係數為 0.8，且直線 L 通過點 $(6.8, 0)$ 。試選出正確的選項。

- (1) 直線 L 通過點 $(12.6, 24.8)$
- (2) 直線 L 的斜率為 0.8
- (3) 當此廠牌車輛的行車速率為每小時 46.8 公里時，以最適直線 L 推估其煞停距離應為 28 公尺
- (4) 設此 50 筆數據行車速率的標準差為 σ_x （公里／小時），且煞停距離的標準差為 σ_y （公尺），則 $\sigma_x > \sigma_y$
- (5) 若此 50 筆數據改以煞停距離為 x 軸、行車速率為 y 軸，則 y 對 x 的最適直線斜率為 $\frac{10}{7}$

三、選填題（占18分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 設二階實數方陣 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。已知 $A^2 + 2A = 3I$ ，則 $a = \underline{\textcircled{10-1}} \textcircled{10-2}$ 。

11. 坐標平面上有四邊形 Γ ，其四個頂點分別為 $(6,1)$, $(5,5)$, $(2,7)$ 和 $(-1,8)$ 。若點 $P(x,y)$ 在 Γ 的內部（含邊界），則 $x+4y$ 的最大值為 $\textcircled{11-1}$ $\textcircled{11-2}$ 。

12. 箱中有編號分別為 $1,2,3,\dots,10$ 的卡片各一張，共 10 張卡片。從箱子中一次取出 6 張卡片，此 6 張卡片編號的中位數恰為 5 的組合共有 $\textcircled{12-1}$ $\textcircled{12-2}$ 種。

第貳部分、混合題或非選擇題（占28分）

說明：本部分共有 2 題組，每一子題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

某藥廠經營者希望能夠控制成本。假設當藥廠產量為 x 公斤時，總成本函數為 $C(x)$ （單位：萬元），其中 $C(0)$ 稱為固定成本， $C(x)-C(0)$ 稱為變動成本函數。

當 $x > 0$ 時，變動成本函數除以產量稱為平均變動成本函數 $A(x)$ （單位：萬元／公斤），即平均變動成本函數為 $A(x) = \frac{C(x)-C(0)}{x}$ 。

今已知該藥廠的總成本函數為 $C(x) = x^3 - 12x^2 + 60x + 42$ ，其中 $0 \leq x \leq 15$ 。根據上述，試回答下列問題。

13. 試問此藥廠的固定成本為多少萬元？（單選題，3 分）

- (1) 12 (2) 42 (3) 60 (4) 90 (5) 91

14. 當 $0 < x \leq 15$ 時，試求此藥廠的平均變動成本函數 $A(x)$ ，並求右極限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} A(x)$ 的值。

（非選擇題，4 分）

15. 試求此藥廠的平均變動成本函數 $A(x)$ 的最小值，並求此時藥廠產量為多少公斤？

（非選擇題，6 分）

16-18 題為題組

坐標平面上有一向量 $\vec{u} = (1, 2)$ 及三點 $A(1, 1)$ 、 $B(4, 2)$ 、 C ，其中點 C 位於第二象限。已知 $\vec{u}$ 與向量 $\vec{CA}$ 垂直，且 $\vec{u}$ 與向量 $\vec{CB}$ 的夾角為 θ ，其餘弦值為 $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ 。根據上述，試回答下列問題。

16. 試問下列哪一個向量與向量 $\vec{u}$ 垂直？（單選題，3 分）

- (1) $(-2, 1)$ (2) $(-1, 0)$ (3) $(-1, -2)$ (4) $(1, -1)$ (5) $(2, 1)$

17. 試求向量 $\vec{AB}$ 以及 $\cos \angle BAC$ 的值。（非選擇題，6 分）

18. 試求線段 $\overline{BC}$ 的長度。（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2)}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線（迴歸直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$

8. 若 $X \sim B(n, p)$ 為二項分布，則期望值 $E(X) = np$ ，變異數 $Var(X) = np(1-p)$