

財團法人大學入學考試中心基金會

115學年度學科能力測驗試題

數學B考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{18-1}{18-2}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 $\boxed{3}$ 與第 18-2 列的 $\boxed{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm

例：若答案格式是 $\frac{19-1}{19-2}$ ，而答案是 $\frac{7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 $\boxed{7}$ 與第 19-2 列的 $\boxed{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 當標準值為 95，試選出有幾個整數 N 與標準值的誤差百分比 $\frac{|N-95|}{95} \times 100\%$ 小於 5%。

- (1) 4 個 (2) 5 個 (3) 8 個 (4) 9 個 (5) 10 個

2. 以計算機的自然對數按鍵 \ln (即 $\ln x = \log_e x$) 估算連續複利本利和 $100e^{\frac{3n}{100}} = 135$ 所需期數 n ，試選出等於 n 的選項。

- (1) $\frac{3}{100} \ln(135 - 100)$ (2) $\frac{100}{3} \ln(135 - 100)$ (3) $\frac{135}{100} \ln\left(\frac{3}{100}\right)$
(4) $\frac{3}{100} \ln\left(\frac{135}{100}\right)$ (5) $\frac{100}{3} \ln\left(\frac{135}{100}\right)$

3. 已知實數二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 以及 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。試選出 A 的反方陣。

- (1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$

4. 電腦程式模擬在太平洋等速航行的甲、乙兩艘船。甲船沿著北緯 60 度向西航行，乙船沿著赤道向東航行。在某一時間點甲船在西經 169 度、乙船在東經 140 度，試選出當甲船到達東經 171 度時，乙船在東經幾度。

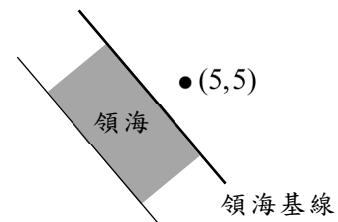
- (1) 120 度 (2) 130 度 (3) 150 度 (4) 160 度 (5) 180 度

5. 某人購買公益彩券，第一次以 N 元為投注金額。之後每次要投注時，先將前次投注金額增加一半設為預定金額。如果預定金額大於 $2N$ 元，則將預定金額減少一半投注；否則就以預定金額投注。前四次投注紀錄如下表：

	第一次	第二次	第三次	第四次
預定金額(元)		$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{4}N$	$\frac{27}{16}N$
投注金額(元)	N	$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{8}N$	$\frac{27}{16}N$

試選出此人第七次的投注金額為多少元。

- (1) $\frac{3^6}{2^6}N$ (2) $\frac{3^6}{2^8}N$ (3) $\frac{3^6}{2^9}N$ (4) $\frac{3^7}{2^7}N$ (5) $\frac{3^7}{2^{10}}N$
6. 各國沿岸的「領海基線」其外側距離基線十二浬間之海域，為該國之「領海」。在以浬為單位的坐標平面上，某國有一部分的領海基線為直線 $L:4x+3y-12=0$ 上的某一線段，且 $(5,5)$ 位於該領海基線的內側，如圖所示。試選出該段領海在 L 與下列哪一條直線之間。
- (1) $4x+3y+48=0$ (2) $4x+3y+18=0$ (3) $4x+3y=0$
 (4) $4x+3y-24=0$ (5) $4x+3y-72=0$



7. 有 A、B、C 三種福袋各一個，其中 A、B、C 中獎的機率分別為 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，且不同福袋中獎與否互不影響。設在福袋 A 中獎的條件下，至少有兩個福袋中獎的機率為 p ，且設在至少有兩個福袋中獎的條件下，福袋 A 中獎的機率為 q 。試選出 $\frac{p}{q}$ 之值。

(1) $\frac{11}{18}$ (2) $\frac{17}{18}$ (3) 1 (4) $\frac{18}{17}$ (5) $\frac{18}{11}$

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 試選出與函數 $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x + \pi\right) + 3$ 在每個實數 x 所得函數值皆相同的函數。

(1) $y = 6\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$

(2) $y = 3\sin\left(\left(\frac{\pi}{5} + 2\pi\right)x + \pi\right) + 3$

(3) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x - \pi\right) + 3$

(4) $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) - 3$

(5) $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$

9. 設 $f(x) = (1-x)(2-x)^2(4+x)$ 。試選出正確的選項。

(1) $f(x)$ 除以 $(1-x)(2-x)(4+x)$ 的餘式為 $-x+2$

(2) 若將 $f(x)$ 表為 $a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2$ ，則 $c = -6$

(3) $f(x) > 0$ 的解區間為 $(-4, 2)$

(4) $\frac{f(2026)}{f(-2022)} > 1$

(5) $f(2026) > f(-2022)$

10. 某研究探討昆蟲的身長與其體內兩種養分 A、B 濃度的關係。研究中蒐集某種昆蟲，測得牠們身長與體內 A 濃度的數據如下表。

	平均數	變異數	相關係數
身長	65 單位	100 平方單位	0.75
A 濃度	50 單位	225 平方單位	

已知每隻昆蟲體內的 B 濃度均為 A 濃度的 0.5 倍。試選出正確的選項。

(1) B 濃度的標準差為 $\frac{15}{2}$ 單位

(2) 若身長的中位數為 65 單位，則 B 濃度的中位數為 25 單位

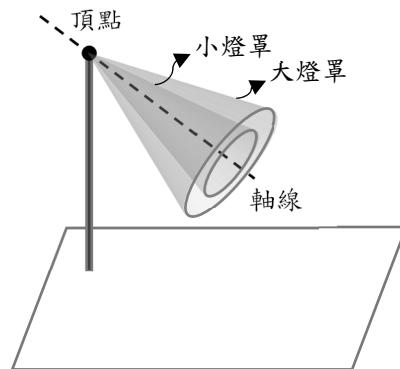
(3) B 濃度與 A 濃度的相關係數為 0.5

(4) 若找到一身長為 65 單位的昆蟲，利用 A 濃度對身長的迴歸直線（最適直線）預測，其體內 A 濃度為 50 單位

(5) B 濃度(Y)對身長(X)的迴歸直線斜率為 $\frac{1}{2}$

11. 有一立燈為了採光，採用兩個可以替換的大、小燈罩。兩燈罩皆為直圓錐面的一部分，裝在燈上其軸線位置相同、燈源皆在頂點，且大燈罩照射在地面上的光線範圍大於小燈罩的光線範圍，如圖所示。令大、小燈罩在地面上所成的光線邊緣分別為圓錐曲線 Γ 、 γ 的一部分。試選出正確的選項。

- (1) 如果 Γ 是橢圓，則 γ 是拋物線
- (2) 如果 Γ 是拋物線，則 γ 是橢圓
- (3) 如果 Γ 是雙曲線，則 γ 是拋物線
- (4) 如果 γ 是拋物線，則 Γ 是拋物線
- (5) 如果 γ 是雙曲線，則 Γ 是雙曲線



12. 有兩容器，A 瓶內有含糖 100 公克的紅茶 1000 毫升，B 瓶內有不含糖的紅茶 500 毫升。用以下方式稀釋 A 瓶的甜度：將 A 瓶混合均勻後，倒出 500 毫升至 B 瓶，再將 B 瓶混合均勻後，倒 500 毫升回 A 瓶，稱此為一次稀釋。重複此稀釋動作，令第 n 次稀釋完，A 瓶的含糖量為 a_n 公克。試選出正確的選項。

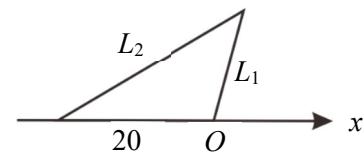
- (1) $a_1 = 75$
- (2) 第 n 次稀釋完，B 瓶的含糖量為 $50 - \frac{1}{2}a_n$ 公克
- (3) $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}\left(100 - \frac{1}{2}a_n\right)$
- (4) 可找到實數 c 滿足數列 $\langle a_n - c \rangle$ 為公比是 $\frac{1}{4}$ 的等比數列
- (5) 第 100 次稀釋完，A 瓶的含糖量小於 60 公克

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 坐標平面上， L_1 為通過原點 O 且斜角為 75° 的直線； L_2 為通過點 $(-20, 0)$ 且斜角為 30° 的直線，

如圖所示。則 L_1 、 L_2 的交點到原點的距離為 (13-1) (13-2)。(四捨五入至整數)



14. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七個數字排成一個七位數。若要求排出的數字 3, 4 相鄰、5, 6 相鄰

以及 6, 7 相鄰，則共可排出 (14-1) (14-2) 個七位數。

15. 某校健康檢查：全體學生中有近視的占 $\frac{1}{2}$ 、有蛀牙的占 $\frac{1}{3}$ 。設 p 為全體學生中無近視且無蛀牙的學生所占比例。將部分資料依所占比例以列聯表呈現如下：

	有近視	無近視	總和
有蛀牙			$\frac{1}{3}$
無蛀牙		p	$\frac{2}{3}$
總和	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

已知有近視的學生中，有蛀牙的占少數；有蛀牙的學生中，有近視的占多數。則 p 的

(15-1) $\frac{(15-2)}{(15-4)} < p < \frac{(15-3)}{(15-4)(15-5)}$ 。(化為最簡分數)

16. 坐標平面上， L 為一次函數 $y = f(x)$ 的圖形， Γ 為二次函數 $y = g(x)$ 的圖形。已知 L 與 Γ 交於

(1, 0)、(5, 4) 兩點，且點 (2, 2) 在 Γ 上。則 $g(x) - f(x)$ 的最大值為 (16-1) (16-2)。(化為最簡分數)

17. 利用單點透視法將坐標空間的點繪製在畫布的坐標平面上。已知

(一) 空間中與 y 軸平行的直線，在畫布上的消失點為 $(0,15)$

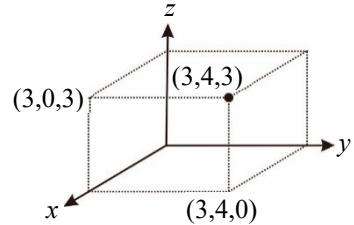
(二) 空間中與 z 軸平行的直線，在畫布上都與 y 軸平行

若點 $(0,0,0)$ 、 $(3,4,0)$ 、 $(3,0,3)$ 繪在畫布上分別為 $(0,0)$ 、 $(\frac{13}{5},2)$ 、 $(3,3)$ ，則點 $(3,4,3)$

繪在畫布上的 y 坐標為 $\frac{17-1}{17-3}$ 。(化為最簡分數)

(17-1) (17-2)

(17-3)



(註：右圖為三點 $(3,4,0)$ 、 $(3,0,3)$ 、 $(3,4,3)$ 於坐標空間的位置關係)

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

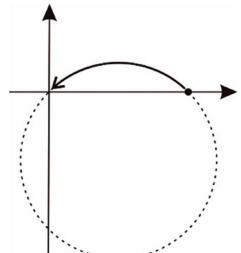
說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

有一張星軌照片，照片中的星星各自繞著以北極星為圓心且以逆時鐘方向旋轉 90° 角所畫出的圓弧軌跡。在此照片所設的坐標平面上令北極星為點 P 。已知甲星軌跡的起點、終點坐標分別為 $(8,0)$ 、 $(0,0)$ ，軌跡如圖所示。

根據上述，試回答下列問題。



18. 試選出甲星軌跡的起點與終點連線線段的中垂線方程式。(單選題，3 分)

- | | | |
|------------------|--------------|-----------------|
| (1) $x = 4$ | (2) $y = 4$ | (3) $y = x - 4$ |
| (4) $y = -x + 4$ | (5) $y = 4x$ | |

19. 令 L 為通過點 $(8,0)$ 且斜率為 1 的直線。試說明點 P 在 L 上，並求甲星軌跡所在的圓方程式。(非選擇題，6 分)

20. 已知照片中乙星軌跡的起點 Q 坐標為 $(2,8)$ 。令 R 為其軌跡終點，試求 \overrightarrow{PR} 以及點 R 的坐標。(非選擇題，6 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. ΔABC 的正弦定理 : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 ΔABC 外接圓半徑)

ΔABC 的餘弦定理 : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值 : $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

6. 對數值 : $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$