

財團法人大學入學考試中心基金會  
112學年度學科能力測驗試題

數學B考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的  $\frac{\square}{\square}$  與第 18-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

18-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{\underline{\quad 50 \quad}}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的  $\frac{\square}{\square}$  與第 19-2 列的  $\frac{\square}{\square}$  劃記，如：

19-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

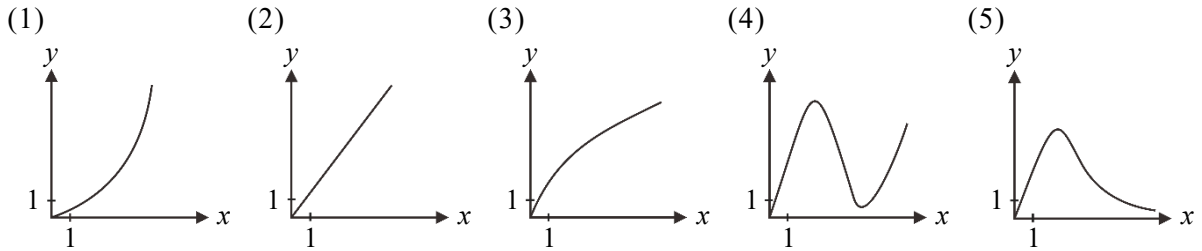
※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 某抽水站發現其用電量（單位：度）與抽水馬達轉速（單位：rpm）的三次方成正比。根據上述，試問下列這五個圖中，哪一個最可以描述此抽水站的用電量  $y$ （度）與抽水馬達轉速  $x$ （rpm）的對應關係？



2. 考慮實數二階方陣  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，則  $c-2b$  的值為何？

- (1) -11                      (2) -4                      (3) 1                      (4) 10                      (5) 11

3. 地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且甲、乙兩大樓的水平距離為 150 公尺。某人從甲樓頂拉一條繩索到乙樓頂，並從甲樓頂測得乙樓頂的俯角為  $22^\circ$ 。假設該繩索被拉成直線，試問繩索的長度（單位：公尺）最接近下列哪個選項？（註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角）

- (1) 150                      (2)  $150\sin 22^\circ$                       (3)  $150\cos 22^\circ$                       (4)  $\frac{150}{\cos 22^\circ}$                       (5)  $\frac{150}{\sin 22^\circ}$

4. 某校期中考試有 29 名考生，且成績均相異，統計後得到位於第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 41、60、74 與 92 分。後來發現成績有誤需要調整分數，成績較高的前 15 名學生的分數應該要各加 5 分，其餘學生成績不變。假設調整後第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$  與  $d$  分，則數組  $(a,b,c,d)$  為下列哪個選項？

- (1) (41, 60, 74, 92)                      (2) (41, 60, 74, 97)                      (3) (41, 65, 79, 97)  
(4) (46, 65, 79, 92)                      (5) (46, 65, 79, 97)

5. 袋子裡有編號分別為  $1, 2, \dots, 100$  的 100 顆球，某甲從袋中隨機抽取一球，每顆球被抽到的機率均相等。試問在下列哪個選項的條件下，某甲抽到 7 號球的條件機率最大？

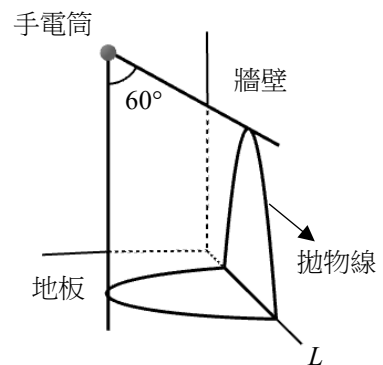
- (1) 某甲抽到球的號碼是奇數
- (2) 某甲抽到球的號碼是質數
- (3) 某甲抽到球的號碼是 7 的倍數
- (4) 某甲抽到球的號碼不是 5 的倍數
- (5) 某甲抽到球的號碼小於 10

6. 某甲計算多項式  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  除以  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  的餘式，其中  $a, b, c, d$  為實數，且  $a \neq 0$ 。他誤看成  $g(x)$  除以  $f(x)$ ，計算後得出餘式為  $-3x - 17$ 。假設  $f(x)$  除以  $g(x)$  正確的餘式等於  $px^2 + qx + r$ ，則  $p$  的值會等於下列哪個選項？

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 2
- (5) 3

7. 已知某手電筒照射的光線為直圓錐狀，且光發散的夾角為  $60^\circ$ ，如圖所示。設牆壁與地板垂直且交界處為直線  $L$ ，將此手電筒以垂直於  $L$  的方向照射，即此直圓錐的軸與  $L$  垂直。若手電筒照射在牆壁上的光線邊緣為拋物線的一部份，則在地板上的光線邊緣為下列哪種圖形的一部份？

- (1) 兩相交直線
- (2) 圓形
- (3) 拋物線
- (4) 長短軸不相等的橢圓
- (5) 雙曲線



## 二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 某電子看板持續不斷的輪流播放  $A$ 、 $B$  兩段廣告（ $A$ 、 $B$ 、 $A$ 、 $B$ ...），每個廣告播放時間皆為  $T$  分鐘（其中  $T$  為整數）。某甲經過時剛好開始播放  $A$  廣告，30 分鐘後，某甲回到該處，看到恰好開始播放  $B$  廣告。試選出可能是  $T$  值的選項。

- (1) 15                      (2) 10                      (3) 8                      (4) 6                      (5) 5

9. 已知  $a=6$ 、 $b=\frac{20}{3}$ 、 $c=2\sqrt{10}$  和  $d$ ，且  $d$  為有理數，將這四個數標註在數線上，

即  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$  和  $D(d)$ 。試選出正確的選項。

- (1)  $a+b+c+d$  必為一個有理數  
(2)  $abcd$  必為一個無理數  
(3) 點  $D$  有可能與點  $C$  的距離等於  $2\sqrt{10}+6$   
(4) 點  $A$  和點  $B$  的中點位在點  $C$  的右邊  
(5) 數線上和點  $B$  距離小於 8 的所有點中，正整數有 14 個，負整數有 1 個

10. 某機構在 12 點時將兩種不同的營養劑分別投入培養皿甲與培養皿乙中，此時甲、乙的細菌數量分別為  $X$ 、 $Y$ 。已知甲的數量每 3 小時成長為原來的 2 倍，例如 15 點時甲的數量為  $2X$ 。乙的數量每 2 小時成長為原來的 2 倍，例如 14 點時乙的數量為  $2Y$ 、16 點時乙的數量為  $4Y$ ，測量所得結果部分記錄於下表。該機構在 18 點時測量發現甲、乙的數量相同，欲以細菌數量隨時間呈指數成長的模型來預估甲、乙 12 點至 24 點的細菌數量。根據上述，試選出正確的選項。

時刻（點）	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
甲數量	$X$			$2X$									
乙數量	$Y$		$2Y$		$4Y$								

- (1)  $X > Y$   
(2) 在 13 點時，甲的數量為  $\frac{4}{3}X$   
(3) 在 15 點時，乙的數量為  $3Y$   
(4) 在 19 點時，乙的數量為甲的 1.5 倍  
(5) 在 24 點時，乙的數量為甲的 2 倍

11. 坐標平面上有一圓，其圓心為  $A(a,b)$ ，且此圓與兩坐標軸皆相切，另有一點  $P(c,c)$ ，其中  $a > c > 0$ ，且已知  $\overline{PA} = a + c$ ，試選出正確的選項。

(1)  $a = b$

(2) 點  $P$  位於直線  $x + y = 0$  上

(3) 點  $P$  在此圓內

(4)  $\frac{a+c}{b-c} = \sqrt{2}$

(5)  $\frac{a}{c} = 2 + 3\sqrt{2}$

12. 在球心為  $O$  的球形地球儀上，有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五個點，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點都在赤道上，且經度分別為東經  $0^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $90^\circ$ ； $D$ 、 $E$  兩點都在北緯  $30^\circ$  線上，且經度分別為東經  $0^\circ$ 、 $180^\circ$ 。試選出正確的選項。

(1) 赤道的長度等於東經  $0^\circ$  和  $180^\circ$  這兩條經線長度的總和

(2) 北緯  $45^\circ$  線的長度等於赤道長度的  $\frac{1}{2}$

(3) 「由  $A$  沿赤道移動到  $B$  的最短路徑長」等於「由  $D$  沿東經  $0^\circ$  經線移動到北極點的路徑長」

(4) 「由  $D$  沿北緯  $30^\circ$  線移動到  $E$  的路徑長」等於「由  $D$  沿東經  $0^\circ$  經線移動到北極點，再由北極點沿東經  $180^\circ$  經線移動到  $E$  的路徑長的總和」

(5) 通過北極點與  $A$  點的直線與通過北極點與  $C$  點的直線互相垂直

### 三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

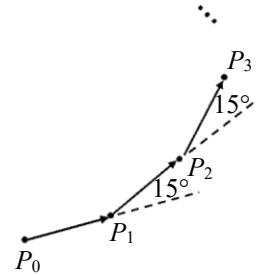
13. 有兩個正實數  $a$ 、 $b$ ，已知  $ab^2 = 10^5$ ， $a^2b = 10^3$ ，則  $\log b = \frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2}}$ 。（化為最簡分數）

14. 從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，使其成為等差數列，且  $a < b < c$ ，

則  $(a, b, c)$  的取法有 (14-1) (14-2) 種。

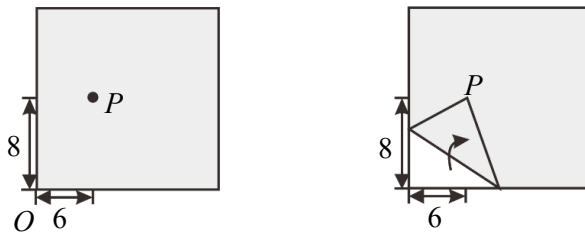
15. 如圖所示，平面上有一點  $P_0$  先朝某方向前進 2 個單位長到達點  $P_1$  後，依前進方向左轉 15 度；朝新方向前進 2 個單位長到達點  $P_2$  後，然後再依前進方向左轉 15 度；再朝新方向前進 2 個單位長到達點  $P_3$  後，... 依此類推。

則向量  $\overrightarrow{P_2P_3}$  與  $\overrightarrow{P_5P_6}$  的內積為 (15-1)  $\sqrt{(15-2)}$ 。（化為最簡根式）



16. 正方形紙張上有一點  $P$ ， $P$  點距離紙張左邊界 6 公分，距離下邊界 8 公分。今將紙張的

左下角  $O$  點往內摺至  $P$  點，如圖所示。則摺進去的三角形面積是 (16-1) (16-2) (16-3) 平方公分。



17. 考慮所有只用 0, 1, 2 三種數字組成的序列，序列長度  $n$  是指該序列由  $n$  個數字組成（可重複出現）。令  $a(n)$  為在所有長度  $n$  的序列中連續兩個零（即 00）出現的次數總和。

例如長度 3 的序列中含有連續兩個零的有 000, 001, 002, 100, 200，其中 000 貢獻

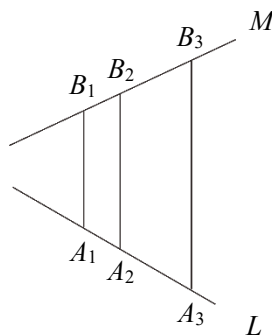
2 次 00，其餘各貢獻 1 次 00，故  $a(3) = 6$ 。則  $a(5)$  的值為 (17-1) (17-2) (17-3)。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，選填題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

空地上有三根與地面垂直且等高的電線桿，其底座在一直線上且間距相等。某甲以單點透視法在畫布上畫這三根電線桿。在畫布上設坐標系，使得電線桿皆與  $y$  軸平行，三根底座的點分別為  $A_1(0,0)$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ ，都在直線  $L: x+3y=0$  上；三根頂端的點分別為  $B_1(0,3)$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ ，都在直線  $M: 2x-3y+9=0$  上，如圖所示。已知  $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，且由單點透視法可知直線  $A_1B_3$  與直線  $A_3B_1$  的交點在直線  $A_2B_2$  上。設  $L$  和  $M$  相交於  $P$  點（此點又稱為「消失點」）。根據上述，試回答下列問題。



18. 若向量  $\overrightarrow{PA_1} = k \overrightarrow{PA_3}$ ，則  $k$  的值為  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ 。（化為最簡分數）（選填題，3 分）

19. 試求  $P$  與  $B_3$  這兩點的坐標。（非選擇題，6 分）

20. 若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 1：2 的位置上。某甲想在這個畫布的線段  $A_2B_2$  上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為  $Q$  點，即點  $Q$  到線段  $A_2B_2$  的底座  $A_2$  與到線段  $A_2B_2$  頂端  $B_2$  的長度比為 1：2，試求  $Q$  點坐標。（非選擇題，6 分）

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 5 \approx 0.6990$ ,  $\log 7 \approx 0.8451$