

## 110 學測數學考科試題或答案之反映意見回覆

題號：6

題目：

6. 坐標平面上有一邊長為 3 的正六邊形  $ABCDEF$ ，其中  $A(3,0)$ ,  $D(-3,0)$ 。試問橢圓

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1 \text{ 與正六邊形 } ABCDEF \text{ 有多少個交點？}$$

- (1) 0                      (2) 2                      (3) 4                      (4) 6                      (5) 8

意見內容：

1. 橢圓坐標是  $(4\cos\theta, \sqrt{7}\sin\theta)$ 。正六邊形的 6 個頂角是  $3(\cos\frac{n\pi}{3}, \sin\frac{n\pi}{3})$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 。A、

D 都在橢圓內。

2. 由對稱性，只要再檢查  $3(\cos\frac{\pi}{3}, \sin\frac{\pi}{3})$  是否在橢圓內。由  $\left|4\cos\frac{\pi}{3}, \sqrt{7}\sin\frac{\pi}{3}\right| = \sqrt{4 + \frac{21}{4}} > 3$ ，因

此六個角都在橢圓內。

3. 由橢圓凸性，正六邊形完全位於橢圓內部。選(1)0。

意見回覆：

1. 所提疑義中所列橢圓的點  $(4\cos\frac{\pi}{3}, \sqrt{7}\sin\frac{\pi}{3}) = (2, \frac{\sqrt{21}}{2})$  為下圖中的點 P，但此題若要判斷點

$B(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$  是橢圓內部還是外部？需考慮的點是與橢圓上  $x$  坐標同為  $\frac{3}{2}$  的點  $Q(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{385}}{8})$ ，

而非台端所列的點  $(4\cos\frac{\pi}{3}, \sqrt{7}\sin\frac{\pi}{3}) = (2, \frac{\sqrt{21}}{2})$ 。

2. 因點 B 的  $y$  坐標為  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，平方後得  $(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{27}{4} = \frac{432}{64}$ ；點 Q 的  $y$  坐標為  $\frac{\sqrt{385}}{8}$ ，平方後

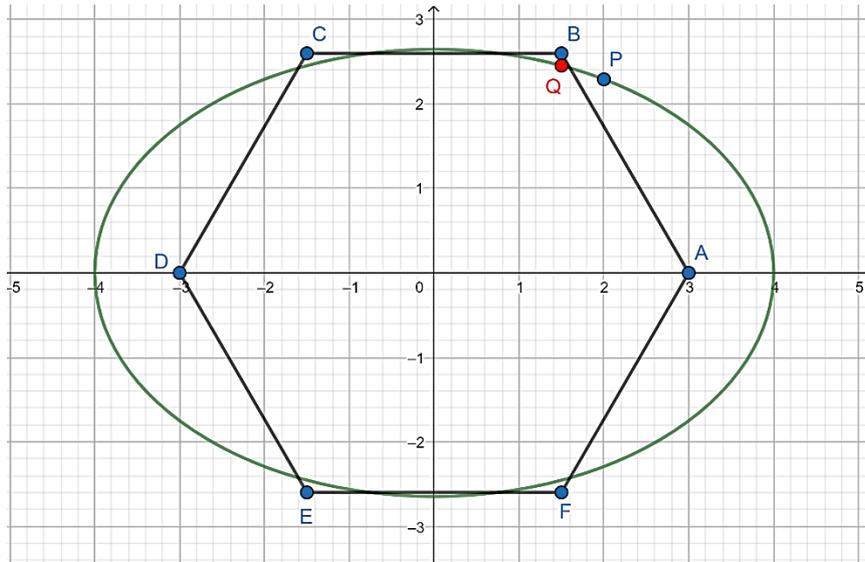
得  $\frac{385}{64}$ ；由  $\frac{385}{64} < \frac{432}{64}$  可知  $\Gamma$  與  $\overline{AB}$  恰有一交點。同理，依對稱性， $\Gamma$  與  $\overline{CD}, \overline{DE}, \overline{FA}$  各恰

有一交點。

3. 橢圓  $\Gamma$  的半短軸長  $b = \sqrt{7}$ ，平方後得  $7 = \frac{448}{64}$ ；由  $\frac{432}{64} < \frac{448}{64}$  可知  $\Gamma$  與  $\overline{BC}$  恰有兩交點。同

理，橢圓  $\Gamma$  與  $\overline{EF}$  恰有兩交點。

故，橢圓  $\Gamma$  與正六邊形  $ABCDEF$  共有 8 個交點。



**題號：7**

**題目：**

7. 心理學家找了 1000 位受試者進行暗室實驗，每位受試者都要觀看及辨識 6、8、9 三張數字卡，發現將實際數字看成某個數字的機率如下表：

實際數字 \ 看成數字	6	8	9	其他
6	0.4	0.3	0.2	0.1
8	0.3	0.4	0.1	0.2
9	0.2	0.2	0.5	0.1

例如：實際數字 6 被看成 6、8、9 的機率分別為 0.4、0.3、0.2，而被看成其他數字的機率是 0.1。根據上述實驗結果，試選出正確的選項。

- (1) 如果實際數字是 8，則至少有一半的可能性會被看成是 8
- (2) 如果實際數字是 6，則有六成的可能性會被看成不是 6
- (3) 在 6、8、9 三數字中，被誤認的可能性以 9 最低
- (4) 如果被看成的數字是 6，則實際上就是 6 的可能性不到一半
- (5) 如果被看成的數字是 9，則實際上就是 9 的可能性超過  $\frac{2}{3}$

**意見內容：**

未說明觀看 6、8、9 數字卡之事件是否獨立。

**意見回覆：**

實驗統計分成實驗程序（包含設計、假設、方法）與統計分析（建立在實驗的結果）前後兩部份。觀看數字的次序及辨識 6、8、9 數字是否獨立都是在作成統計數據前就會有嚴緊的規範，本題的機率表格就是依實驗結果而得到的統計數據，測驗的目標僅是要考生能從統計的數據作推論或預測，較不涉及實驗方法。

題號：11

題目：

11. 平面上有一梯形  $ABCD$ ，其上底  $\overline{AB}=10$ 、下底  $\overline{CD}=15$ ，且腰長  $\overline{AD}=\overline{BC}+1$ 。試選出正確的選項。

(1)  $\angle A > \angle B$

(2)  $\angle B + \angle D < 180^\circ$

(3)  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$

(4)  $\overline{BC}$  的長可能是 2

(5)  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} < 30$

意見內容：

1. 多邊形頂點所在的角，分為內角及外角，題目中所述的  $\angle A$  或  $\angle B$ ，因為不是用  $\angle BAD$  或  $\angle ABC$  表示，也未註明是內角，所以也有可能是外角，如此一來就無法比較  $\angle A$  與  $\angle B$  的大小， $\angle A$  不一定大於  $\angle B$ 。
2. 結論：(1) 選項非正確的選項。同理(2) 選項也非正確選項。

意見回覆：

在現行的中學教材中， $\angle A$  均指的是該多邊形頂點  $A$  的內角。以下提供國中與高中課本用詞提供參考。

1. 提供國中課本的用詞

(1) 國中課本 2 下(康軒版)p.99: 對任意三角形，每一個內角都與它的一個外角互補(即  $180^\circ$ )。

故  $\angle A$  不會被誤認為是  $\angle A$  的外角。

(2) 國中課本 2 下(康軒版)p.114 習題 4 亦是以  $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$  來稱呼四邊形  $ABCD$  的內角。

2. 提供高中課本的用詞

(1) 高中課本第三冊(龍騰版) p.43 是以  $\angle B$  來表示四邊形  $ABCD$  的某一內角。

(2) 高中課本第三冊(翰林版) p.20 是以  $\angle B$  來表示三角形  $ABC$  的某一內角。

(3) 高中課本第三冊(南一版) p.80 是以  $\angle B$  來表示四邊形  $ABCD$  的某一內角。

(4) 高中課本第三冊(三民版) p.80 是以  $\angle B$  來表示四邊形  $ABCD$  的某一內角。

(5) 高中課本第三冊(全華版) p.45 是以  $\angle A$  來表示三角形  $ABC$  的某一內角。

3. 故選項中所述之  $\angle A, \angle B, \angle D$  為課本常見用詞，皆是指內角。

題號：選填 E

題目：

E. 將  $(\sqrt[3]{49})^{100}$  寫成科學記號  $(\sqrt[3]{49})^{100} = a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq a < 10$ ，且  $n$  為正整數。若  $a$  的整

數部分為  $m$ ，則數對  $(m, n) = ( \underline{\textcircled{25}} , \underline{\textcircled{26} \textcircled{27}} )$ 。

意見內容：

$(\sqrt[3]{49})^{100} = a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq a < 10$ ，且  $a$  的整數部分為  $m$

$$\text{設 } x = (\sqrt[3]{49})^{100} = 49^{\frac{100}{3}} = (7^2)^{\frac{100}{3}} = 7^{\frac{200}{3}}, \log x = \log \left( 7^{\frac{200}{3}} \right) = \frac{200}{3} \times \log 7$$

依照算式運算之順序，先求出  $\frac{200}{3}$  之值為 66.6（題目並無明確指示要取到小數點後幾位）

$$\therefore \log x = \frac{200}{3} \times \log 7 = 66.6 \times \log 7 = 66.6 \times 0.8451 = 56.28366$$

$$\therefore \log x = 56 + .028366 = \log 10^{56} + 0.28366 = \log 10^{56} + a = \log(10^{56} \times a)$$

$$\therefore x = a \times 10^{56}, \text{ 此處解得 } n = 56$$

$$\text{又 } \log 1 = 0, \text{ 且 } \log 2 = 0.3010$$

$$\text{而 } 0 < 0.28366 < 0.3010$$

$$\therefore \log 1 < \log a < \log 2$$

得知  $a$  的整數部分為 1

$$\therefore m = 1$$

因此，本題解得  $(m, n) = (1, 56)$

（經查表， $a \doteq 1.92$ ）在求解邏輯無誤的情況下， $m = 1$  應是可被接受的答案。

意見回覆：

1. 解題時應將算式運算到最後再進行四捨五入，以避免造成更大的誤差值。
2. 本題有分數的估計，應先分別計算出分子、分母的數值再做除法運算，因此，台端答案中的計算式

$$\log x = \frac{200}{3} \times \log 7 = 66.6 \times \log 7 = 66.6 \times 0.8451 = 56.28366$$

$$\text{應修正為 } \log x = \frac{200}{3} \times \log 7 \approx \frac{200 \times 0.8451}{3} = 56.34, \text{ 即 } a \approx 10^{0.34} \approx 2.1 \dots$$