

大學入學考試中心 指定科目考試參考試卷

數學乙參考答案

選擇（填）題：

題號		答案
1		3
2		5
3		4
4		4
5		1,2,5
6		1,3,5
A	7	—
	8	9
B	9	1
	10	2
	11	1
C	12	—
	13	3
	14	2
	15	6
D	16	3
	17	1
	18	5
	19	0
E	20	2
	21	7

非選擇題：

第一大題

(1) 將題幹訊息整理成下表：

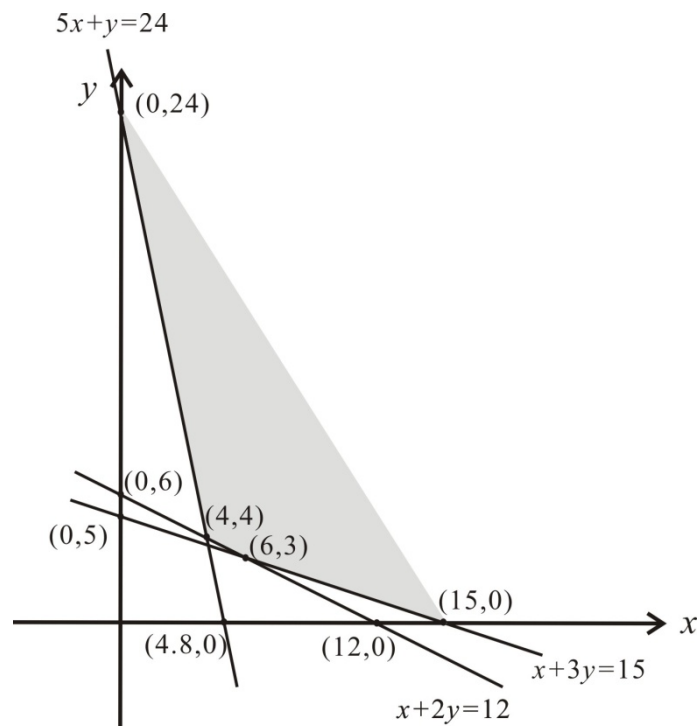
	蛋白質	脂肪	碳水化合物	單價/100 公克
A 食品	6	4	45	30 元/100 公克
B 食品	18	8	9	25 元/100 公克
每天最少需求	90 公克	48 公克	216 公克	

因該病患食用 A 食品 $100x$ 公克，B 食品 $100y$ 公克。由題意可列不等式組為

$$\begin{cases} 6x+18y \geq 90 \\ 4x+8y \geq 48 \\ 45x+9y \geq 216 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3y \geq 15 \\ x+2y \geq 12 \\ 5x+y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

(2) i. 由「A 食品的售價為每 100 公克 30 元，B 食品的售價為每 100 公克 25 元」，得目標函數為 $f(x, y) = 30x + 25y$

ii. 根據(1)中的聯立不等式知可行解區域為灰階區域，可行解區域的頂點有 $(0, 24)$, $(4, 4)$, $(6, 3)$, $(15, 0)$



iii. 說明在 $x=4$, $y=4$ 時, 花費為最少

代入目標函數比較, 可得

【解法一】

(x, y)	(0,24)	(4,4)	(6,3)	(15,0)
$f(x, y)$	600	220	255	450

目標函數 $30x+25y$ 的最小值發生在 (4,4) , 為 220。

【解法二】

畫出正確的可行解區域(標示邊界、頂點 (0,24), (4,4), (6,3), (15,0) 所圍區域)。

由於 $f(x, y) = 30x + 25y$ 所定直線之斜率為 $-\frac{6}{5}$, 當直線 $30x + 25y = k$ 在可行

解區域掃動時, 因目標函數所定直線之斜率 $-\frac{6}{5}$ 介 -5 與 $-\frac{1}{2}$ 之間, 故得知

在 $x=4$, $y=4$ 時, 可得最少花費 220。

第二大題

$$(1) B = A^{-1} = \frac{1}{3 \cdot 5 - 7 \cdot 2} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\left(\text{或令 } B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \text{ 知 } \begin{cases} 3a + 7c = 1 \\ 2a + 5c = 0 \\ 3b + 7d = 0 \\ 2b + 5d = 1 \end{cases}, \text{ 得 } B = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$\text{驗算得 } AB = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 5 + 7 \cdot (-2) & 3 \cdot (-7) + 7 \cdot 3 \\ 2 \cdot 5 + 5 \cdot (-2) & 2 \cdot (-7) + 5 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \text{ 因為, } APA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{所以, } P = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix}$$

$$\text{且, } P^2 = \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \text{ 由(2)知, } P^{101} = (P^2)^{50} \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{50} \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{bmatrix}$$