

大學入學考試中心
學科能力測驗參考試卷
(111 學年度起適用)
數學 A 考科

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正液(帶)。
- 考生須依上述規定畫記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響考生成績並傷及權益。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的

第 18-1 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 19-1 列的 \square

與第 19-2 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

著作權屬財團法人大學入學考試中心基金會所有，僅供非營利目的使用，轉載請註明出處。若作為營利目的使用，應事前經由財團法人大學入學考試中心基金會書面同意授權。

大學入學考試中心

學科能力測驗（111 學年度起適用）

數學考科

參考試卷說明

本參考試卷為 111 學年度起適用之學科能力測驗數學考科參考試卷。大考中心依據（1）108 學年度開始實施之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」，以及（2）本中心所公布之 111 學年度起適用之「學科能力測驗數學考科考試說明」，二份文件所揭櫫之理念與目標而設計。

一、測驗科目與範圍

因應數學領綱 A、B 類的設計，招聯會提出的多元入學新方案，111 年之後的學科能力測驗數學考科分為數學 A、數學 B 考科。其測驗範圍如下（詳細內容可參見學科能力測驗考試說明）。

考科	測驗範圍
數學 A	10 年級必修數學、11 年級必修數學 A 類。
數學 B	10 年級必修數學、11 年級必修數學 B 類。

二、題型、架構與配分

學科能力測驗數學考科題型包括選擇題型（單選題、多選題）、選填題與混合題型，其中混合題型是指同時包含選擇題（或選填題）與非選擇題的題型，以題組方式評量。各題型有其不同的評量目的，例如選擇題評量數學概念，並鼓勵考生根據所給予的選項作判斷。單選題的各個選項，其中只有一個是正確的；多選題的選項則要求考生逐項判斷其正確性，答案可能好幾個，也可能只有一個是正確的，選填題型則評量考生主動解題的能力。混合題型則是將多個步驟的問題分成數小題，各小題可能以不同題型評量，例如多選題搭配非選擇題（數學 A 參考試卷），也可單選題搭配非選擇題（數學 B 參考試卷），將試題內需要的資料或作答線索，在題組中的小題呈現，引導作答。

本數學 A、數學 B 的參考試卷均包含兩部分：第壹部分為單選題、多選題、選填題，配分占 85%，第貳部分為混合題型，配分占 15%，其中數學 A 的混合題型以經濟學常見的成本與獲利情境為素材，評量多項式的應用；數學 B 的混合題型則是以物流的送貨路線為素材，評量能將直線排列與組合的知識應用在解決問題。因此，除測驗學科知識、解題能力外，並同時評量閱讀表達及推理的能力。

三、命題特色

配合「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校—數學領域」強調素養與跨領域的精神，「學科能力測驗數學考科」除了測驗高中階段學生的數學基本概念，也評量使用這些概念解決生活與學術探究情境問題的能力。

四、考生作答（答題卷）

此次答題卷為配合混合題型而設計，考生填答時須注意本考科試題本之「作答注意事項」的提示，並於規定的作答區撰寫。

參考試卷呈現本中心未來命題方向、組卷架構、答題卷設計、參考答案／評分原則等可能樣貌，僅適宜作為參考練習、評量之示例；此外，本次試題除部分為原創外，亦有採用或修改歷年考題或研究用試題情形。

本中心對本次公告之參考試卷，雖追求最高品質，但仍可能存在須調整精進之處，歡迎各界惠予指正、建議。

第壹部分、選擇題（單選題、多選題、選填題共占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 滿足絕對值不等式 $|2x-13| \leq 9$ 的所有實數 x 所形成的區間之長度為下列哪一個選項？
(1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 13 (5) 18
2. 設 $A(5,0,12)$ 、 $B(-5,0,12)$ 為坐標空間中兩點，且 P 為 xy 平面上滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = 13$ 的點。試問點 P 的坐標為下列哪一個選項？
(1) $(0,0,24)$ (2) $(5,0,0)$ (3) $(0,13,0)$ (4) $(5,5,0)$ (5) $(0,0,0)$
3. 若第 1 天獲得 1 元、第 2 天獲得 2 元、第 3 天獲得 4 元、第 4 天獲得 8 元、依此每天所獲得的錢為前一天的兩倍，如此進行到第 30 天，試問這 30 天所獲得的錢之總數最接近下列哪一個選項？
(1) 10^4 元 (2) 10^6 元 (3) 10^8 元 (4) 10^9 元 (5) 10^{12} 元
4. 設 x 與 y 的關係式為 $y = 10 \times \log\left(\frac{x}{2}\right)^2$ ，且當 $x = x_1$ 、 x_2 時，其對應的 y 值分別為 y_1 、 y_2 ，其中 x_1 、 x_2 為正實數。若 $x_2 = 2x_1$ ，則對於 y_1 、 y_2 的關係，試選出正確的選項。
(1) $y_2 = 2y_1$
(2) $y_2 = 10^{2y_1}$
(3) $y_2 = 20 \times \log y_1$
(4) $y_2 = y_1 + \log 2$
(5) $y_2 = y_1 + 20 \times \log 2$
5. 坐標空間中一質點自點 $P(1,1,1)$ 沿著方向 $\vec{a} = (1,2,2)$ 等速直線前進，經過 5 秒後剛好到達平面 $x - y + 3z = 28$ 上，立即轉向並沿著方向 $\vec{b} = (-2,2,-1)$ 依同樣的速率等速直線前進。試問再經過幾秒此質點會剛好到達平面 $x = 2$ 上？
(1) 1 秒 (2) 2 秒 (3) 3 秒
(4) 4 秒 (5) 永遠不會到達

6. 考慮坐標平面上的直線 $L: 3x - 2y = 1$ 。若 a 為實數且二階方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & -8 \end{bmatrix}$ 所代表的線性變換可以將 L 上的點變換到一條斜率為 2 的直線，則 a 的值為下列哪一個選項？
- (1) 6 (2) 8 (3) 10 (4) 12 (5) 14
7. 某實驗有 9 件血液樣本，將其混合成一組樣本作一次檢驗。假設每件血液樣本檢驗呈陽性的機率都是 0.1，且只要有一件血液樣本呈陽性反應，其混合的樣本也會呈陽性反應。當混合的樣本檢驗結果呈陰性反應時，只要一次檢驗即可，當混合的樣本檢驗結果呈陽性反應時，就必須重新將這 9 件血液樣本逐一檢驗，此情況下總共需要 10 次檢驗。依檢驗方式，這 9 件血液樣本檢驗次數之期望值為何？
- (1) 9×0.9^9 次
(2) 9×0.9^{10} 次
(3) $9 \times (1 - 0.9)^9$ 次
(4) $10 - 9 \times 0.9^9$ 次
(5) $10 + 9 \times 0.9^9$ 次

二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題 5 分。

8. 已知 a 、 b 為正整數且 a 與 b 的乘積是 11 位數，而 $\frac{a}{b}$ 化成小數後的整數部分是 2 位數，則 a 可能 為幾位數？
- (1) 5 位數 (2) 6 位數 (3) 7 位數 (4) 8 位數 (5) 9 位數
9. 已知三次實係數多項式函數 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10x + k$ 的圖形之對稱中心為 $(1, 5)$ ，試選出正確的選項。
- (1) $k = 1$
(2) 若點 (r, s) 在 $y = f(x)$ 的圖形上，則點 $(r + 2, s + 10)$ 也在 $y = f(x)$ 的圖形上
(3) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = 1$ 附近的近似直線為 $y = 4(x - 1) + 5$
(4) $y = f(x)$ 的圖形平移後可與 $y = 2x^3 + 4x + 5$ 的圖形重合
(5) $y = f(x)$ 的圖形與 $y = 2x^3 + 4x + 5$ 的圖形有交點

10. 所謂某個年齡範圍的失業率，是指該年齡範圍的失業人數與勞動力人數之比，以百分率表達（進行統計分析時，所有年齡以整數表示）。下表為去年某國三個年齡範圍的失業率。

年齡範圍	35~39 歲	40~44 歲	45~49 歲
失業率	9.80%	13.17%	7.08%

根據上表，試選出正確的選項。

- (1) 上表三個年齡範圍中，以 40~44 歲的失業率最高
 - (2) 40~44 歲勞動力人數多於 45~49 歲勞動力人數
 - (3) 40~49 歲的失業率等於 $\left(\frac{13.17+7.08}{2}\right)\%$
 - (4) 如果 40~44 歲的失業率降低，則 45~49 歲的失業率會升高
 - (5) 若經統計得 35~44 歲的失業率為 12.66%，則 35~39 歲勞動力人數少於 40~44 歲勞動力人數
11. 在平面上，已知 $ABCD$ 是一平行四邊形，且點 X 在 $\triangle BCD$ 的內部（不含邊界）。下列選項中，試選出 \overrightarrow{AX} 可能的關係式。
- (1) $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
 - (2) $\overrightarrow{AX} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
 - (3) $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
 - (4) $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$
 - (5) $\overrightarrow{AX} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$
12. 設函數 $f(x) = \sqrt{3}\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ ，其中 x 為任意實數，試選出正確的選項。
- (1) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}$
 - (2) $f(x)$ 的最小值為 $-\sqrt{3}$
 - (3) $f(x)$ 的最大值為 2
 - (4) $f(x)$ 的週期為 π
 - (5) $y = f(x)$ 的圖形經過平移後可與 $y = \cos x$ 的圖形重合

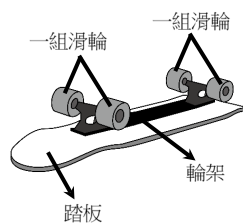
13. 設 Γ 為坐標平面上的圓，點 $(0, 0)$ 在 Γ 的外部且點 $(2, 6)$ 在 Γ 的內部。試選出正確的選項。

- (1) Γ 的圓心可能在第一象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10
- (2) Γ 的圓心可能在第二象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10
- (3) Γ 的圓心可能在第三象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10
- (4) Γ 的圓心可能在第四象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10
- (5) Γ 的圓心可能在 x 軸上且此時圓心的 x 坐標必定大於 10

三、選填題（占 20 分）

說明：第 14 至 17 題，每題 5 分。

14. 一個滑板是由 1 個踏板、1 個輪架及 2 組相同品牌的滑輪組合而成，如圖。



某滑板店提供 3 種不同品牌的踏板、1 種輪架及 2 種不同品牌的滑輪，讓顧客自由選擇搭配，每一種零件的單價如下表：

零件	踏板 A_1	踏板 A_2	踏板 A_3	輪架 B	滑輪 C_1	滑輪 C_2
單價	300 元/個	400 元/個	500 元/個	1200 元/個	600 元/組	700 元/組

今欲隨意組裝一個不超過 3000 元的滑板，則有 14 種不同的搭配方式。

15. 線性方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 2x+y+3z=6 \\ x-y=6 \\ x-2y-z=8 \end{cases}$ 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ ，

則 $a = \underline{15-1}$ 、 $b = \underline{15-2}$ 、 $c = \underline{15-3}$ 、 $d = \underline{15-4} \underline{15-5}$ 。

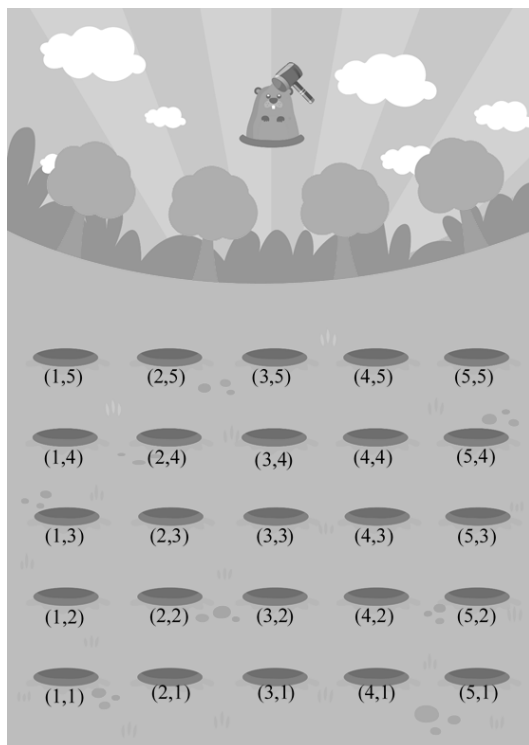
16. 已知銳角三角形 ABC 中， $\overline{AB} = 2$ 且 $\overline{AC} = 4$ 。若 ΔABC 的外接圓半徑為 $\frac{4\sqrt{14}}{7}$ ，

則 $\overline{BC} = \frac{\textcircled{16-1} \sqrt{\textcircled{16-2}}}{\textcircled{16-3}}$ 。（化為最簡根式）

17. 有一新型「打地鼠」遊戲機，機台上有 25 個洞，分別標示整數坐標（格子點），如圖。老闆將這 25 個格子點各作成一支籤，並放置於籤筒。每位遊戲者先從籤筒中同時抽出兩支籤，並依照抽出籤所對應的洞各擊一槌，假設每支籤被抽中的機率相等。若所擊的兩個洞的中點也是格子點，則僅有中點所在的洞冒出 100 元獎金，且遊戲結束；若所擊的兩個洞的中點不是格子點，則機台上的 25 個洞皆會伸出《遊戲結束》的牌子，

表示這局結束。依上述規則，只玩一局可得 100 元獎金的機率為 $\frac{\textcircled{17-1}}{\textcircled{17-2} \textcircled{17-3}}$ 。（化

為最簡分數）



第貳部分、混合題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。非選擇題請由左而右橫式書寫，必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 18 至 19 題為題組

假設某經銷商進貨 x 台儀器的成本為 $C(x)$ （單位：萬元），而預估可獲利的金額為 $g(x)$ （單位：萬元），其中 $C(x)$ 與 $g(x)$ 分別為三次與二次的實係數多項式函數。已知當 $x=1,2,3$ 時，成本與獲利滿足 $C(x)=18x-4g(x)$ 的關係。又知進貨 4 台儀器的成本費用 $C(4)=51$ 萬元。根據上述，試回答下列問題。

18. 設多項式函數 $f(x)=C(x)-(18x-4g(x))$ 。試選出正確的選項。（多選題，5 分）

- (1) $f(x)$ 為三次多項式函數
- (2) $f(1)=0$
- (3) x^2-5x+6 是 $f(x)$ 的因式
- (4) $f(0)f(4)<0$
- (5) $g(4)=\frac{21}{4}$

19. 若經銷商進貨 x 台儀器的成本費用為 $C(x)=\frac{1}{2}x^3+x^2-\frac{1}{2}x+5$ （萬元），試求此經銷商預估最多可獲利的金額是多少？（10 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$