大學入學考試中心

學科能力測驗參考試卷

（適用於99課綱微調）

數學考科

—作答注意事項—

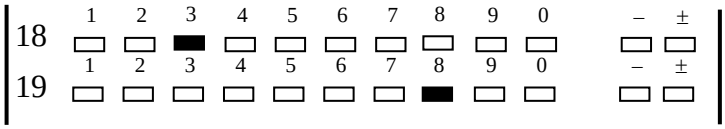
考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

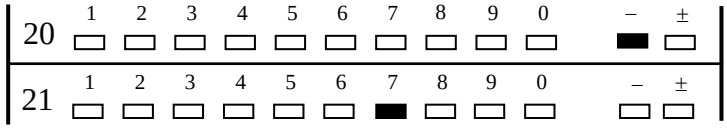
作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 畫記，如：



例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 畫記，如：



※試題後附有參考公式及可能用到的數值

著作權屬財團法人大學入學考試中心基金會所有，
僅供非營利目的使用，轉載請註明出處。若作為營利目的使用，
應事前經由財團法人大學入學考試中心基金會書面同意授權。

第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列何者最可能是以下圖形的方程式？

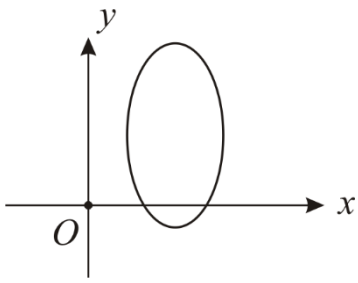
(1) $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$

(2) $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{4}=1$

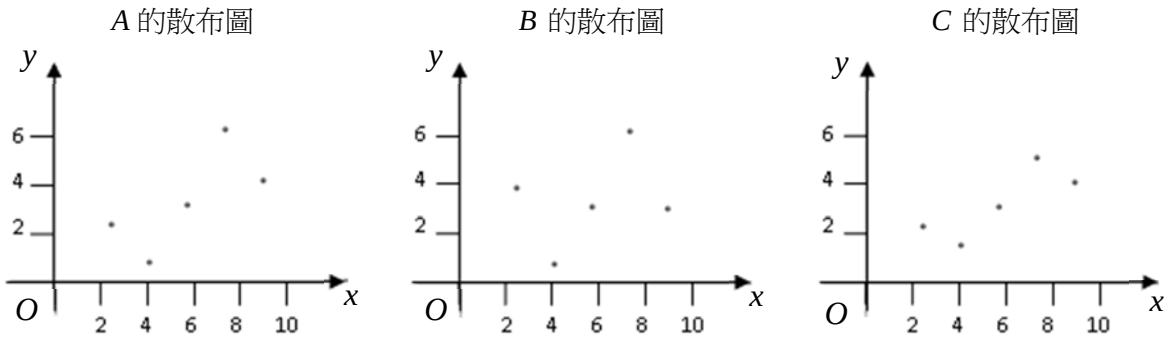
(3) $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$

(4) $\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y-3)^2}{4}=1$

(5) $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{4}=1$



2. 設 A, B, C 是三組資料，其散布圖由左至右排列如下：



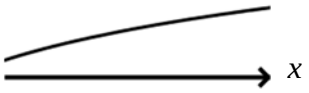
若 A 組資料與 B 組資料的相關係數分別為 0.7 與 0.3，則下列何者最可能是 C 組資料的相關係數？

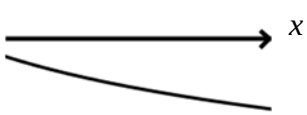
(1) 1　　(2) 0.8　　(3) 0.5　　(4) 0.2　　(5) 0

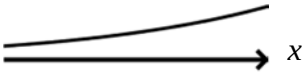
3. 若坐標平面上三點 $A(a,4)$, $B(2b,1)$, $C(2c,7)$ 滿足 $a^2+b^2+c^2=9$，則三角形 ABC 重心的 x 坐標之最大值為多少？

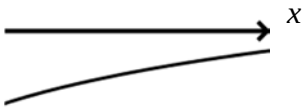
(1) $\sqrt{3}$　(2) $3\sqrt{3}$　(3) 3　(4) 9　(5) 27

4. 下列哪一個選項的圖形最有可能是函數 $y=\log_{\frac{1}{10}} x$ 的部分圖形？

(1)


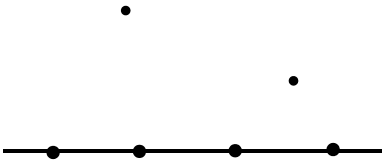
(2)


(3)


(4)


(5)

5. 如圖所示，平面上有 6 個點，若其中恰有 4 點共線，其餘任 3 點都不共線，則隨機選取 3 點能形成一個三角形頂點的機率為何？



(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{3}{4}$　(3) $\frac{3}{5}$　(4) $\frac{4}{5}$　(5) $\frac{7}{10}$

6. 有一組骨牌，第一張重 1 公克，以後每張重量擴大為前一張的 1.5 倍。若地球質量為 5.976×10^{27} 公克，則首次比地球還重的骨牌是第幾張？

(1) 139　(2) 149　(3) 159　(4) 169　(5) 179

7. 如圖所示，A,C 為二次函數 $y=4x-2x^2$ 上的兩相異點，B,D 為直線 $y=x$ 上的兩相異點。若 $ABCD$ 為正方形，且點 A 的坐標為 (a,b)，則 $a+b$ 的值為下列何數？

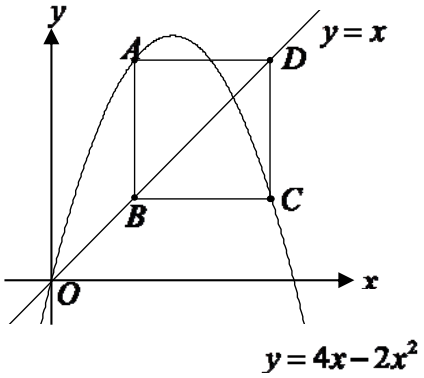
(1) 5

(2) $\frac{5}{2}$

(3) $\sqrt{5}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(5) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$



二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 若 ΔABC 的三邊邊長分別為 a,b,c，請選出必為正數的選項。

(1) $\sin C$　(2) $\cos C$　(3) $a+b-c$　(4) $a^2+b^2-c^2$　(5) $\tan C$

9. 設 $\sqrt{14-4\sqrt{10}}$ 的整數部分為 a，小數部分為 b。請選出正確的選項。

(1) $a+b=\sqrt{14-4\sqrt{10}}$

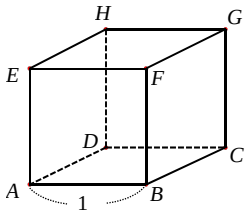
(2) $a=1$

(3) $b=\sqrt{10}-2$

(4) $a-b=\sqrt{14+4\sqrt{10}}$

(5) $a+\frac{1}{b}=4+\sqrt{10}$

10. 正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長為 1，如圖所示，在此正立方體的 8 個頂點中任選 3 個相異的頂點圍成一個三角形。關於這些三角形，請選出正確的選項。



(1) 可圍成的三角形共有 56 個

(2) 可圍成的三角形中，有 36 個為直角三角形

(3) 可圍成的三角形中，最大面積為 $\sqrt{3}$

(4) 可圍成的三角形中，面積最大者為銳角三角形

(5) 可圍成的三角形中，最小面積為 1

11. 設三次實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x-1, x-2, x-3$ 所得餘式分別為 1, 2, 4，且令二次多項式 $g(x)=\frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)}+2\cdot\frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)}+4\cdot\frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$。請選出正確的選項。

(1) $g(\frac{1}{2})=\frac{7}{8}$

(2) $f(5)=g(5)$

(3) $f(x)$ 除以 $x-4$ 的餘式為 7

(4) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 x

(5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $g(x)$

12. 設 $O(0,0,0)$、$A(1,0,0)$、$B(0,2,0)$、$C(0,0,3)$ 為坐標空間中四點。請選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$

(2) $|\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}|=2$

(3) $(\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC})\cdot\overrightarrow{OA}=6$

(4) $(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC})\perp\overrightarrow{AC}$

(5) ΔABC 的面積為 7

13. 某高中根據歷屆學生的成績記錄，得到下列的結論：該校每一屆的學生，在這個學期數學成績及格者，有 80%的比例在下一個學期數學成績也會及格；這個學期數學成績不及格者，有 60%的比例在下一個學期數學成績會及格。某一屆學生在校三年學生總數固定，假設在校期間第 n 個學期及格的比例為 a_n，不及格的比例為 b_n，令 $X_n=\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$，且 $X_{n+1}=AX_n$。請選出正確的選項。

(1) $A=\begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$

(2) 某一屆學生在高一上學期有 90%的學生數學成績及格，則此屆學生在高一下學期數學成績及格比例為 78%

(3) 從高一下學期起，這個學校學生的數學成績及格比例恆大於 0.5

(4) 這個學校每一屆學生從高一到高三的數學成績及格比例會越來越低

(5) 若某一屆學生在高中六個學期內，每學期的數學成績及格比例要維持不變，則高一上學期的數學成績及格比例必須為 0.75

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14–29）。

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 用木棒依照下列的規則排成若干圖形，在圖 1 中，用 3 根木棒；圖 2 中，使用了 7 根木棒；圖 3 中，需要 12 根木棒，……，依此類推。則圖 10 需要 ⑭⑮ 根木棒。

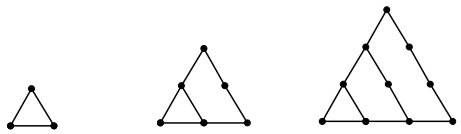
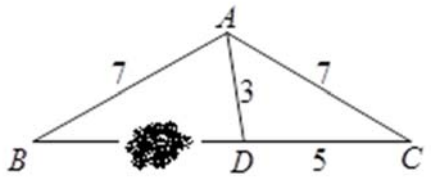


圖 1　　圖 2　　圖 3

B. 小明在作幾何圖形時，不小心沾到油漬，除 $\overline{BD}$ 的長度無法得知外，其它的長度為 $\overline{AB}=7$，$\overline{AC}=7$，$\overline{AD}=3$，$\overline{CD}=5$，如下圖所示。則 $\overline{BD}$ 的長為 ⑯ 。



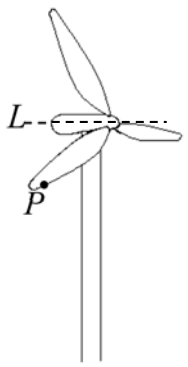
C. 若圓通過 $O(0,0)$，$A(3,0)$，$B(0,k)$ 三相異點，且過點 O 的切線斜率為 2，則 $k=$ $\dfrac{\text{⑰⑱}}{\text{⑲}}$。

D. 設集合 $A=\{(a,b,c)\mid a,b,c\text{為正整數且}a+b+c=12\}$。在 A 中每一序對被抽中的機率均等的條件下，從 A 中隨機抽取一序對 (a,b,c)，發生 $a<b<c$ 的機率為 $\dfrac{\text{⑳}}{\text{㉑㉒}}$。（以最簡分數表示）

E. 若 O 為平面坐標上的原點，且 $A(1,0)$, $B(1,2)$, $C(4,8)$, $D(4,0)$，則區域 $S=\left\{P\mid \overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB},\ 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 2\right\}$ 與四邊形 $ABCD$ 內部重疊部分的面積為 ㉓。

F. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(2,0), B(6,8), C(4,12), D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。若目標函數 $k=ax+by+18$（a,b 為實數）在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $(5,6)$ 有最大值 22，則 $a=$ ㉔，$b=$ ㉕㉖。

G. 風力發電機的葉片是垂直裝置於旋轉軸上，設此旋轉軸為直線 $L:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$，如圖所示。若葉片上有一點 $P(4,1,-2)$ 經旋轉後，軌跡是一個圓，則此圓所在的平面方程式為 ㉗ $x-2y+$ ㉘ $z=$ ㉙。



參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$ 與 $P_2(x_2,y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

3. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $x_2\neq x_1$

4. 等比數列 $\langle ar^{k-1}\rangle$ 的前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$, $r\neq 1$

5. 級數公式：$\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. 三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A$

   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

7. ΔABC 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，$R$ 為 ΔABC 的外接圓半徑

   ΔABC 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

8. 算術平均數：$\mu=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

   標準差：$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}((\sum_{i=1}^{n}x_i^2)-n\mu^2)}$

9. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$, $\sqrt{3}\approx 1.732$, $\sqrt{5}\approx 2.236$, $\sqrt{6}\approx 2.449$, $\sqrt{10}\approx 3.162$, $\pi\approx 3.142$

10. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$, $\log_{10}3\approx 0.4771$, $\log_{10}5.976\approx 0.7764$