

大學入學考試中心
學科能力測驗參考試卷
(適用於99課綱)

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

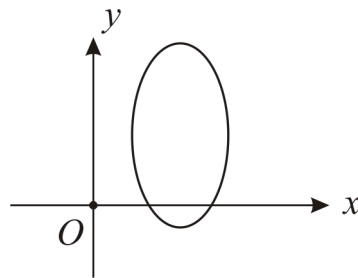
第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 35 分）

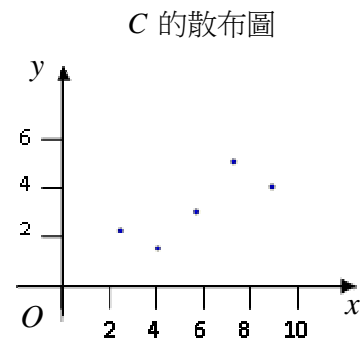
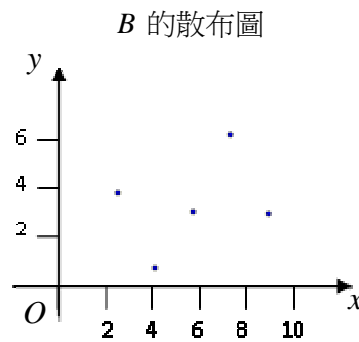
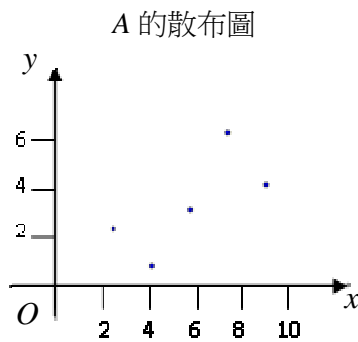
說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列何者最可能是以下圖形的方程式？

- (1) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
- (2) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
- (3) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$
- (4) $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
- (5) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$



2. 設 A, B, C 是三組資料，其散布圖由左至右排列如下：



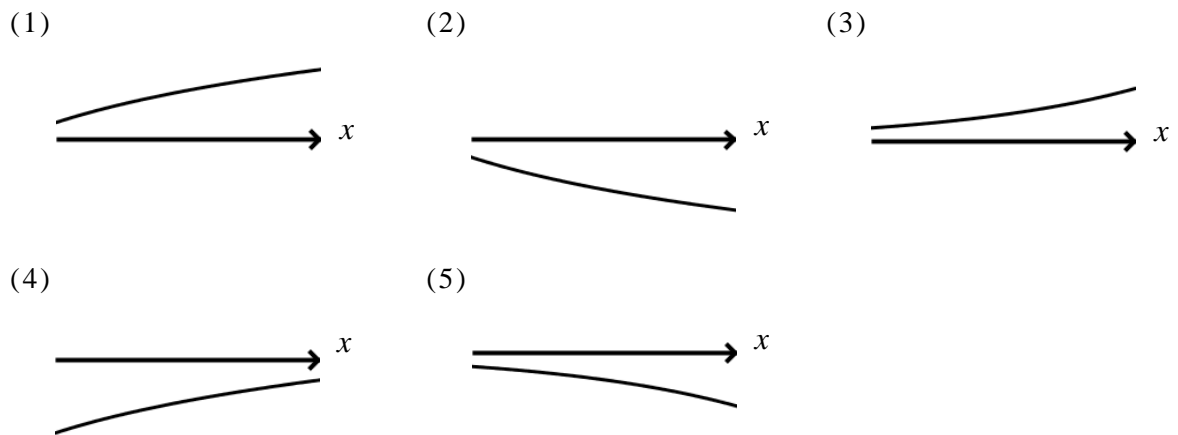
若 A 組資料與 B 組資料的相關係數分別為 0.7 與 0.3，則下列何者最可能是 C 組資料的相關係數？

- (1) 1
- (2) 0.8
- (3) 0.5
- (4) 0.2
- (5) 0

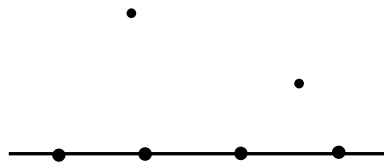
3. 若坐標平面上三點 $A(a,4)$, $B(2b,1)$, $C(2c,7)$ 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, 則三角形 ABC 重心的 x 坐標之最大值為多少?

- (1) $\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) 3 (4) 9 (5) 27

4. 下列哪一個選項的圖形最有可能是函數 $y = \log_{\frac{1}{10}} x$ 的部分圖形?



5. 如圖所示，平面上有 6 個點，若其中恰有 4 點共線，其餘任 3 點都不共線，則隨機選 3 點能形成一個三角形的機率為何?



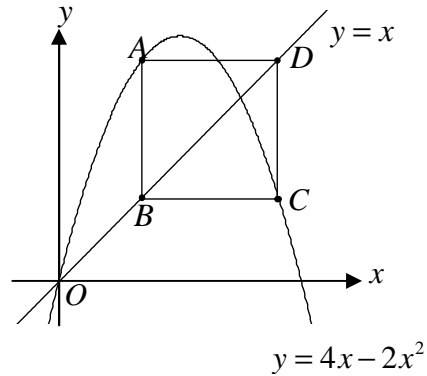
- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5) $\frac{7}{10}$

6. 有一組骨牌，第一張重 1 公克，以後每張重量擴大為前一張的 1.5 倍。若地球質量為 5.976×10^{27} 公克，則首次比地球還重的骨牌是第幾張?

- (1) 139 (2) 149 (3) 159 (4) 169 (5) 179

7. 如圖所示， A, C 為二次函數 $y=4x-2x^2$ 上的兩相異點， B, D 為直線 $y=x$ 上的兩相異點。若 $ABCD$ 為正方形，且點 A 的坐標為 (a, b) ，則 $a+b$ 的值為下列何數？

- (1) 5
- (2) $\frac{5}{2}$
- (3) $\sqrt{5}$
- (4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (5) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$



二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 若 $\triangle ABC$ 的三邊邊長分別為 a, b, c ，請選出必為正數的選項。

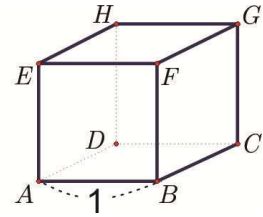
- (1) $\sin C$
- (2) $\cos C$
- (3) $a+b-c$
- (4) $a^2+b^2-c^2$
- (5) $\tan C$

9. 設 $\sqrt{14-4\sqrt{10}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b 。請選出正確的選項。

- (1) $a+b = \sqrt{14-4\sqrt{10}}$
- (2) $a=1$
- (3) $b = \sqrt{10} - 2$
- (4) $a-b = \sqrt{14+4\sqrt{10}}$
- (5) $a + \frac{1}{b} = 4 + \sqrt{10}$

10. 正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長為 1，如圖所示，在此正立方體的 8 個頂點中任選 3 個相異的頂點圍成一個三角形。關於這些三角形，請選出正確的選項。

- (1) 可圍成的三角形共有 56 個
- (2) 可圍成的三角形中，有 36 個為直角三角形
- (3) 可圍成的三角形中，最大面積為 $\sqrt{3}$
- (4) 可圍成的三角形中，面積最大者為銳角三角形
- (5) 可圍成的三角形中，最小面積為 1



11. 設三次實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x-1, x-2, x-3$ 所得餘式分別為 1, 2, 4，且令二次多

項式 $g(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + 2 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + 4 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8}$
- (2) $f(5) = g(5)$
- (3) $f(x)$ 除以 $x-4$ 的餘式為 7
- (4) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 x
- (5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $g(x)$

12. 設 $O(0,0,0)$ 、 $A(1,0,0)$ 、 $B(0,2,0)$ 、 $C(0,0,3)$ 為坐標空間中四點。請選出正確的選項。

- (1) $\vec{AB} \perp \vec{BC}$
- (2) $|\vec{OA} \times \vec{OB}| = 2$
- (3) $(\vec{OB} \times \vec{OC}) \cdot \vec{OA} = 6$
- (4) $(\vec{AB} \times \vec{BC}) \perp \vec{AC}$
- (5) 三向量 \vec{AB} 、 \vec{BC} 與 \vec{CA} 所張之平行六面體的體積大於 1

13. 某高中根據歷屆學生的成績記錄，得到下列的結論：該校每一屆的學生，在這個學期數學成績及格者，有 80% 的比例在下一個學期數學成績也會及格；這個學期數學成績不及格者，有 60% 的比例在下一個學期數學成績會及格。某一屆學生在校三年學生總數固定，假設在校期間第 n 個學期及格的比為 a_n ，不及格的比為 b_n ，令 $X_n = \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，且 $X_{n+1} = AX_n$ 。請選出正確的選項。

(1) $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$

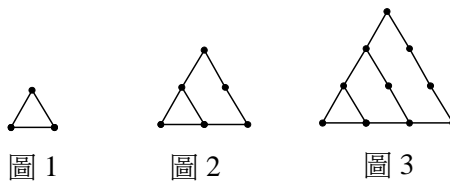
- (2) 某一屆學生在高一上學期有 90% 的學生數學成績及格，則此屆學生在高一一下學期數學成績及格比例為 78%
- (3) 從高一下學期起，這個學校學生的數學成績及格比例恆大於 0.5
- (4) 這個學校每一屆學生從高一到高三的數學成績及格比例會越來越低
- (5) 若某一屆學生在高中六個學期內，每學期的數學成績及格比例要維持不變，則高一上學期的數學成績及格比例必須為 0.75

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14-29)。

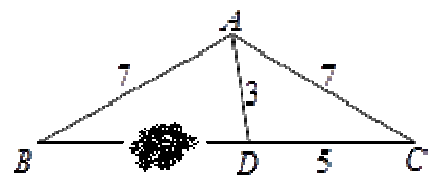
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 用木棒依照下列的規則排成若干圖形，在圖 1 中，用 3 根木棒；圖 2 中，使用了 7 根木棒；圖 3 中，需要 12 根木棒，……，依此類推。則圖 10 需要 14 15 根木棒。



- B. 小明在作幾何圖形時，不小心沾到油漬，除 \overline{BD} 的長度無法得知外，其它的長度為 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，如下圖所示。

則 \overline{BD} 的長為 16。



C. 若圓通過 $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(0,k)$ 三相異點，且過點 O 的切線斜率為 2，則

$$k = \frac{\textcircled{17} \textcircled{18}}{\textcircled{19}}。$$

D. 設集合 $A = \{(a,b,c) \mid a,b,c \text{ 為正整數且 } a+b+c=12\}$ 。在 A 中每一序對被抽中的機率均等

的條件下，從 A 中隨機抽取一序對 (a,b,c) ，發生 $a < b < c$ 的機率為 $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21} \textcircled{22}}$ 。

(以最簡分數表示)

E. 若 O 為平面坐標上的原點，且 $A(1,0)$ ， $B(1,2)$ ， $C(4,8)$ ， $D(4,0)$ ，則區域

$S = \{P \mid \overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ 與四邊形 $ABCD$ 重疊部分的面積為 $\textcircled{23}$ 。

F. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(2,0)$ ， $B(6,8)$ ， $C(4,12)$ ， $D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。若目標函數 $k = ax + by + 18$

(a, b 為實數) 在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $(5,6)$ 有最大值 22，則 $a = \textcircled{24}$ ，

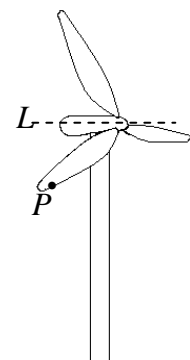
$$b = \textcircled{25} \textcircled{26}。$$

G. 風力發電機的葉片是垂直裝置於旋轉軸上，設此旋轉軸為直

線 $L: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ ，如圖所示。若葉片上有一點 $P(4,1,-2)$

經旋轉後，軌跡是一個圓，則此圓所在的平面方程式為

$$\textcircled{27} x - 2y + \textcircled{28} z = \textcircled{29}。$$



參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
- 等比數列 $\langle ar^{k-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$
- 級數公式： $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， R 為 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 算術平均數： $\mu = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu^2)}$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\sqrt{10} \approx 3.162$ ， $\pi \approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5.976 \approx 0.7764$