

大學入學考試中心  
學科能力測驗參考試卷  
數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液  
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的  $\square^3$  劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的  $\square^1$  與  $\square^3$  劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

本試卷之著作權屬於  
財團法人大學入學考試中心基金會

壹、單選題（佔 30 分）

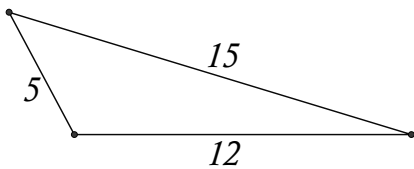
說明：第 1-6 題，選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 若實數  $a = \sqrt{10 + \sqrt{37}}$ ，則  $a$  在哪兩個連續整數之間？

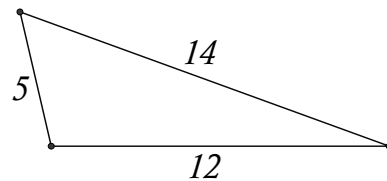
- (1) 0 與 1
- (2) 1 與 2
- (3) 2 與 3
- (4) 3 與 4
- (5) 4 與 5

2. 在下列三角形中，哪一個的面積最大？

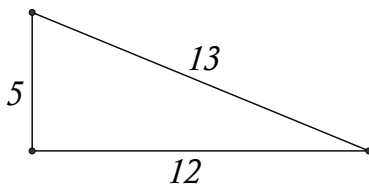
(1)



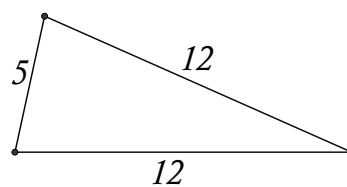
(2)



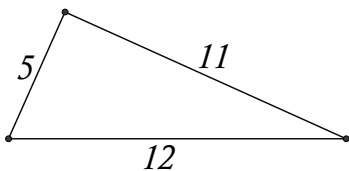
(3)



(4)



(5)



3. 假設某大學商管學院學生微積分考試的分數呈平均數為 61，標準差為 11 的常態分布。根據 68-95-99.7 規律，所有商管學院學生當中，此次考試分數超過 50 的大約占多少百分比？

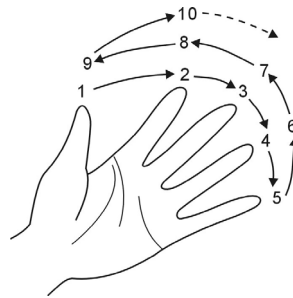
(1) 16%            (2) 34%            (3) 68%            (4) 84%            (5) 95%

4. 設  $n=1+4+4^2+\dots+4^{99}$ ，則  $n$  除以 5 的餘數為多少？

(1) 0            (2) 1            (3) 2            (4) 3            (5) 4

5. 伸出你的左手，從大拇指開始，如下圖所示那樣數數字

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...



數到 999 時，你數在哪個手指上？

(1) 大拇指            (2) 食指            (3) 中指            (4) 無名指            (5) 小指

6. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $2\sin A+3\cos B=\sqrt{5}$  且  $3\sin B+2\cos A=2\sqrt{5}$ ，則  $\angle C$  之度數為

(1)  $30^\circ$             (2)  $60^\circ$             (3)  $90^\circ$             (4)  $120^\circ$             (5)  $150^\circ$

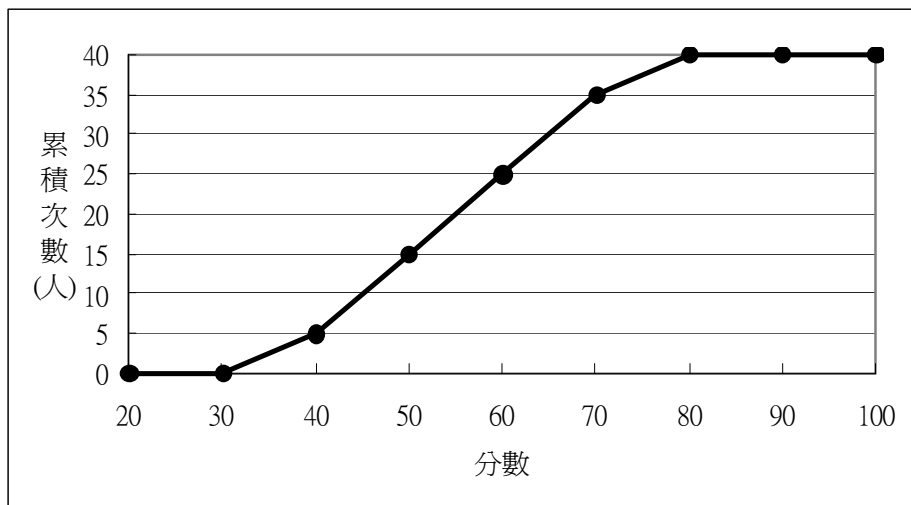
貳、多選題（佔 25 分）

說明：第 7-11 題，每題有五個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項不給分。

7. 平面  $ax+by+cz=d$  通過點  $(1,2,3)$ 、點  $(4,5,6)$  及點  $(5,7,9)$ ，選出正確的選項：

- (1)  $d=0$
- (2)  $a+b+c=d$
- (3)  $a=c$
- (4)  $a=2b$
- (5)  $b<0$

8. 有一次數學考試，某班 40 位同學成績的累積次數分配折線圖如下（各組合下限但不含上限），根據圖中資料，選出正確的選項：



- (1) 全班分數之全距  $\leq 50$
- (2) 全班最低分是 30
- (3) 全班恰有 20 人的分數  $\leq 55$
- (4) 全班分數的中位數  $\geq 50$
- (5) 全班平均分數  $\geq 50$

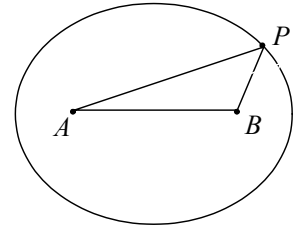
9. 設多項式函數  $f(x) = 2x^3 - 13x^2 + 30x - 19$ 。爲了估計  $f(1.99)$  之近似值正確到小數點後第四位，我們將  $f(x)$  改寫爲  $f(x) = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x-2)^2 + a_3(x-2)^3$ ，其中  $a_0, a_1, a_2, a_3$  都是實數，選出正確的選項：
- (1)  $a_0 = 5$
  - (2)  $a_1 = 2$
  - (3)  $a_2 = 1$
  - (4)  $f(1.99)$  四捨五入到小數點後第三位的近似值爲 4.990
  - (5)  $f(1.99)$  四捨五入到小數點後第四位的近似值爲 4.9901
10. 設  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  是兩個非零向量，下列哪些選項中的條件可以推得  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  互相垂直？
- (1)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
  - (2)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
  - (3)  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2)$
  - (4)  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$
  - (5)  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \frac{|\vec{a} + \vec{b}|}{\sqrt{2}}$
11. 數列  $\langle a_n \rangle$  滿足： $a_n$  爲  $\log_2 n$  的整數部分，選出正確的選項：
- (1)  $\langle a_n \rangle$  的最小值爲 1
  - (2)  $a_9 = 3$
  - (3) 數列  $\langle a_n \rangle$  有 8 項是 3
  - (4) 若  $a_n = k$ ， $k$  爲正整數，則  $2^k \leq n < 2^{k+1}$
  - (5)  $\sum_{i=1}^{512} a_i = 3595$

參、選填題 (45 分)

說明：1.第A-I題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(12-33)。

2.每題完全答對得5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 若右圖之橢圓方程式為  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ， $A$ 、 $B$  為橢圓的兩焦點， $P(4, \frac{12}{5})$  為橢圓上一點，則  $\triangle PAB$  的周長為 ⑫⑬。



- B. 設  $f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ ，若  $f(a) - f(b) = 6$ ，則  $\frac{a}{b} = \underline{\text{⑭⑮}}$ 。

- C. 若直線  $3x + 4y = 8$  垂直且平分線段  $\overline{AB}$ ，又  $A$  點坐標為  $(1, 1)$ ，則線段  $\overline{AB}$  的長度為 ⑰。

- D. 若圓  $O$  與下列三圓都外切，

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ (x-6)^2 + y^2 &= 1 \\ x^2 + (y-8)^2 &= 1 \end{aligned}$$

則圓  $O$  的圓心坐標為 ⑱，⑲。

- E. 將 5 個  $A$  和 3 個  $B$  任意排列。我們將連續的相同字母畫一底線定義為一個「連串」，例如  $ABBABAAA$  畫記為  $\underline{A} \underline{BB} \underline{A} \underline{B} \underline{AAA}$ ，其連串數是 5。又如： $\underline{AAA} \underline{BBB} \underline{AA}$  的

連串數是 3。則 5 個  $A$  和 3 個  $B$  任意排列後，連串數為 3 的機率為  $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21} \textcircled{22}}$ 。(以最簡分數表示)

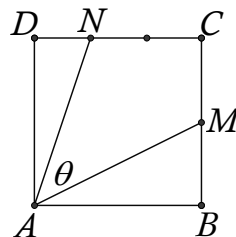
- F. 若拋物線  $y = 2x^2 - 12x + 18 + 5a$  與  $y = -5x^2 + 10bx + 8 - 5b^2$  有相同的頂點，則此頂點坐標為  $(\textcircled{23}, \textcircled{24})$ 。

- G. 假設一個容器裡面有 1 個 1 號球，2 個 2 號球， $\dots$ ，20 個 20 號球，現自容器中任取一球，設每個球被取到的機率相同，而取得  $n$  號球可得獎金  $(50 - n)$  元，

$1 \leq n \leq 20$ ，則任取一球可得獎金的數学期望值為  $\frac{\textcircled{25} \textcircled{26} \textcircled{27}}{\textcircled{28}}$  元。(以最簡分數表示)

- H. 如下圖，若  $ABCD$  為正方形， $M$  為  $\overline{BC}$  的中點， $N$  為  $\overline{CD}$  的三等分點，其中

$\angle MAN = \theta$ ，則  $\sin \theta = \frac{\sqrt{\textcircled{29}}}{\textcircled{30}}$ 。



- I. 已知空間中有兩個半徑相同的球，兩球相交且交集完全落在平面  $4x + 6y + 12z = 49$  中。若其中一球的球心是原點，則另一球的球心坐標為

$(\textcircled{31}, \textcircled{32}, \textcircled{33})$ 。

### 參考公式及可能用到的數值

1.一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2.平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

3.通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,  $x_2 \neq x_1$ .

4.首項為  $a_1$ , 公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$

等比數列  $\langle ar^{k-1} \rangle$  的前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$ ,  $r \neq 1$ .

5.級數公式：
$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

6.三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

7.  $\triangle ABC$  的正弦定理：
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$\triangle ABC$  的餘弦定理：
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

8.棣美弗定理：設  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ , 則  $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ,  $n$  為一正整數

9.算術平均數：
$$M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(樣本) 標準差：
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{X}^2)}$$

10.參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ;  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ;  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ;  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ;  $\pi \approx 3.142$

11.對數值： $\log_{10} 1.1 \approx 0.0414$ ,  $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$