

大學入學考試中心

指定科目考試參考試卷

數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列 ³ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 ¹ 與 ³ 劃記，如：

5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
---	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ...，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 ⁻ 與第 21 列的 ⁷ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>								

祝考試順利

本試卷之著作權屬於
財團法人大學入學考試中心基金會

第壹部份：選擇題（單選題、多選題及選填題共佔 76 分）

一、單選題（18 分）

說明：第 1-3 題，選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 下列四點 $A(\cos(-\frac{\pi}{7}), \sin(-\frac{\pi}{7}))$ ， $B(10^{\frac{1}{2}}, 10^{-\frac{1}{2}})$ ， $C(\log_{10} 81, \log_{10} \frac{1}{9})$ ， $D(\log_2 81, -\log_2 9)$ 中，有幾個點與 $(1, -1)$ 在同一個象限？
- (1) 0 個點 (2) 1 個點 (3) 2 個點 (4) 3 個點 (5) 4 個點

2. 弧度量為 $\frac{\pi}{2}$ 的角對應的度數是 90° ，已知 $\angle A$ 的弧度量為 1，則 $\angle A$ 對應的度數是幾度？選出最接近的選項：
- (1) 30° (2) 40° (3) 50° (4) 60° (5) 70°

3. 黑箱中有七枚均勻的硬幣，其中一枚兩面皆是人頭，一枚兩面皆是字，其餘五枚一面是人頭一面是字。將手伸入箱中握住一枚硬幣，取出後打開手掌，發現一面是人頭，則另一面也是人頭的機率是多少？
- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{1}{6}$ (5) $\frac{1}{7}$

二、多選題（40分）

說明：第4-8題，每題有4個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題8分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2分；每答錯一個選項，倒扣2分，完全答對得8分。整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

4. 空間中二個球面 I_1, I_2 與 xy 平面相交出半徑分別為 1, 2 的圓，且此二圓的圓心皆在點 $(2, 4, 0)$ 。請問下列哪些選項是正確的？
- (1) 二個球面的球心與點 $(2, 4, 0)$ 會在同一條直線上
- (2) I_1 的半徑必定小於 I_2 的半徑
- (3) yz 平面至少跟其中一個球面相交
- (4) 原點 $O(0, 0, 0)$ 至少位於其中一個球面的內部

5. 在一次測驗中有一道解聯立方程式的問題如下：

$$\begin{cases} x-y = 0 \\ y-z = 0 \\ x-z = 0 \end{cases}$$

某生將方程組中的某一個負號看成正號，而後完全沒有發生任何計算錯誤。試問此生得到的結果為：

- (1) 無解
- (2) 恰有一組解
- (3) 有無限多組解
- (4) 與原方程組的解完全相同

6. 已知 $(0,0,0)$ ， $(1,2,2)$ ， $(-2,2,-1)$ ， $(-2,-1,2)$ 為某一個正立方體的四個頂點，請問下列哪些選項中的點也是此正立方體的頂點？

- (1) $(-1,4,1)$
- (2) $(4,1,-1)$
- (3) $(-1,1,4)$
- (4) $(-3,3,3)$

7. $f(x)$ 是一個滿足下列條件的實係數多項式函數：

條件一：當 $-4 < x < -1$ 或 $x > 1$ 時，則 $f'(x) > 0$

條件二：當 $x < -4$ 或 $-1 < x < 1$ 時，則 $f'(x) < 0$

條件三： $f(1) > 0, f(-4) < 0$

請問下列哪些敘述是正確的？

(1) $f(2) < f(3)$

(2) $f(x)$ 是一個三次多項式

(3) $f(x) = 0$ 有兩個實根

(4) $f(x)$ 在 $x = -4$ 有極大值

8. 假設 A, B 為兩個二階方陣，請問下列哪些敘述是正確的？

(1) 若 $A^2 = B^2$ ，則 $A = B$ 或者 $A = -B$

(2) 若 A^2 為零矩陣，則 A 必為零矩陣

(3) 若 A 有反方陣且 $A^2 = B^2$ ，則 B 亦有反方陣

(4) 若 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $B^2A = B$

三、選填題（18分）

說明：1.第A-C題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(9-16)。

2.每題完全答對得6分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在 xy 坐標平面上，有一以不等式 $-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$ 定出的長方形區域。已知 $x-y$ 和 $2y-x$ 這兩個目標函數在長方形區域上分別取得最大值 5 和 8，則

$$a = \underline{\textcircled{9}}, b = \underline{\textcircled{10}}。$$

B. 大雄到遊樂場玩擲硬幣計分遊戲，遊戲時要一次擲出五個均勻硬幣。如果出現正面的個數少於出現反面的個數，就必須重擲，直到擲出正面的個數多於反面的個數為止。此時如果出現三個正面得 6 分，出現四個正面得 9 分，出現五個

正面得 15 分。則大雄玩此遊戲得分的數學期望值是 $\frac{\textcircled{11}\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ 分。（以最簡

分數表示）

C. 在直徑為 10 的圓上，有三相異點 A 、 B 、 C ，其中 $\overline{AB} = 5$ ， $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$ ，則 \overline{AC}

長度為 $\underline{\textcircled{14} + \textcircled{15} \sqrt{\textcircled{16}}}$ 。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部份：非選擇題（佔 24 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、 $B_1(x)$ 及 $B_2(x)$ 是實係數多項式函數，已知：

$$\begin{cases} \int_0^1 B_1(x) dx = \int_0^1 B_2(x) dx = 0 \\ B_2'(x) = 2B_1(x) \end{cases}$$

若 $B_1(x) = x + a$ 。

- (1) 求 a 之值。(4 分)
- (2) 求 $B_2(x)$ 。(8 分)

二、考慮坐標平面上兩點 $A(0,0)$ ， $B(4,4)$ 。若點 $P(a,b)$ 滿足 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \leq 0$ ，且 P 點在直線 $x+y-2=0$ 上，則 P 點 a 坐標的範圍為何？（12 分）