

# 大學入學考試中心

## 指定科目考試參考試卷

### 數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列 <sup>3</sup> 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 <sup>1</sup> 與 <sup>3</sup> 劃記，如：

5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
---	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ...，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 <sup>-</sup> 與第 21 列的 <sup>7</sup> 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利

本試卷之著作權屬於  
財團法人大學入學考試中心基金會

**第壹部份：選擇題(單選題、多選題及選填題共佔 73 分)****一、單選題 ( 24 分 )**

說明：第 1-4 題，選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 某大學數學系甄選入學的篩選方式如下：

先就學科能力測驗國文、英文和社會這三科成績（級分）加總做第一次篩選。

然後從通過篩選的學生當中，以自然科的成績做第二次篩選。

最後再從通過的學生當中，以數學科的成績做第三次篩選，選出一些學生參加面試。

現在有五位報名該系的學生的學科能力測驗成績如下表：

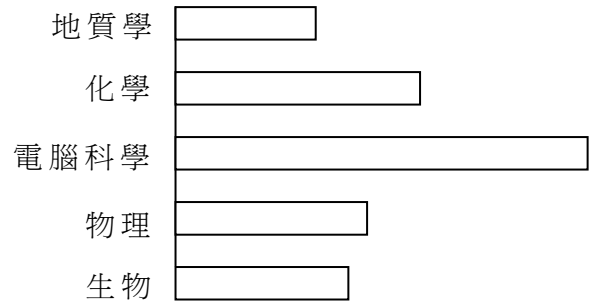
學生	國文級分	英文級分	數學級分	社會級分	自然級分
甲	13	8	14	15	11
乙	12	12	12	12	12
丙	9	13	15	8	15
丁	11	12	13	10	13
戊	13	15	11	7	12

已知這五位學生當中，通過第一次篩選的有四位，通過第二次篩選的有三位，通過第三次篩選可以參加面試的只剩下一位。請問哪一位學生參加面試？

- (1) 甲                      (2) 乙                      (3) 丙                      (4) 丁                      (5) 戊

2. 右圖是某間大學學生的主修各科次數長條圖，如果我們想要選擇一個集中量數來代表該大學學生主修的傾向。請問下列哪個量數是最佳的選擇？

- (1) 平均數
- (2) 中位數
- (3) 平均數和中位數皆可
- (4) 四分位數
- (5) 眾數



3. 有二顆公正骰子，其中一顆是正常的骰子，上面的點數各為 1、2、3、4、5、6，另一顆是特製的，上面的點數各為 2、3、4、5、6、7。若同時投擲此二顆骰子，則點數和為幾點時機率最大？

- (1) 6 點
- (2) 7 點
- (3) 8 點
- (4) 9 點
- (5) 10 點

4. 班佛法則：銀行存款的首位數為  $a$ （即存款數字的第一位數為  $a$ ，例如存款金額為 483216 的首位數是 4）的比例約有  $\log_{10}(1+\frac{1}{a})$ ，根據班佛法則，銀行存款的首位數為 4、5、6，或 7 的人共佔比例約多少？

(  $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990$  )

- (1) 20%
- (2) 30%
- (3) 40%
- (4) 50%
- (5) 60%

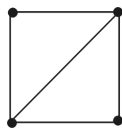
## 二、多選題（28分）

說明：第 5-8 題，每題有 4 個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。第 5、8 題每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分；每答錯一個選項，倒扣 2 分，完全答對得 8 分。第 6-7 題每題 6 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.5 分；每答錯一個選項，倒扣 1.5 分，完全答對得 6 分。整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

5. 設  $A(0,0)$ 、 $B(2,0)$ 、 $C(5,2)$ 、 $D(0,3)$  為坐標平面上的四點。若區域  $S$  代表四邊形  $ABCD$  的內部（含邊界），則區域  $S$  中的點  $(x,y)$  代入下列哪些目標函數的最大值會發生在  $C$  點？
- (1)  $P_1(x,y) = x - y$
  - (2)  $P_2(x,y) = x - 2y$
  - (3)  $P_3(x,y) = x + y$
  - (4)  $P_4(x,y) = x + 2y$

### 6-7 為題組題

如下圖，將四個頂點用  $x$  ( $x \geq 2$ ) 種顏色塗色，要求線段相連的任兩點必須不同色，滿足這些條件的著色方法有  $f(x)$  種。



6. 選出正確選項：

(1)  $f(2)=1$                       (2)  $f(3)=6$                       (3)  $f(4)=48$                       (4)  $f(5)=120$

7. 已知  $f(x)$  可以表示成多項式的形式，針對這個多項式  $f(x)$  選出正確的選項：

- (1)  $f(x)$  的常數項是 0
- (2)  $f(x)$  是三次多項式
- (3)  $(x-2)^2$  整除  $f(x)$
- (4)  $f(x)$  的一次項係數為 4

8. 某校為了解學生對營養午餐的菜色是否滿意，用簡單隨機抽樣從全校 5000 位同學當中抽出了 250 人，詢問他們的意見，其中有 170 人表示對菜色滿意。選出正確的選項：

(註： $\frac{170}{250}=0.68$ ， $\sqrt{\frac{(0.68)(0.32)}{250}} \approx 0.03$ ，

95%的信賴區間公式  $\left[ \hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$

- (1) 全校同學當中，一定有 3400 位對菜色滿意
- (2) 全校同學對營養午餐菜色滿意百分比的 95%信賴區間是  $[0.62, 0.74]$
- (3) 全校同學對營養午餐菜色滿意的百分比，一定不少於 0.62
- (4) 全校同學對營養午餐菜色滿意的百分比，有可能大於 0.74

### 三、選填題（21 分）

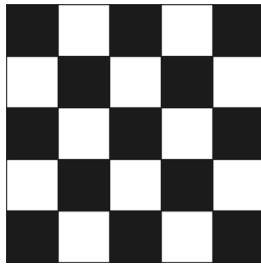
說明：1. 第A-C題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(9-15)。

2. 每題完全答對得7分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 若多項式  $f(x)$ 、 $g(x)$  滿足  $f(x) - g(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1$ ，且  $x-1$  為  $g(x)$  的因式，則  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為 ⑨⑩。

- B. 擲三枚均勻硬幣，遊戲規定如下：同時擲三枚均勻硬幣一次，若恰有一枚出現正面可得 10 元，恰有二枚出現正面可得 20 元，恰有三枚出現正面可得 30 元，未出現正面則需付出  $x$  元。若希望這是公平的遊戲，則  $x$  應該訂為 ⑪⑫⑬ 元。

- C. 在下圖  $5 \times 5$  的黑白相間的固定棋盤中，選取 1 個黑方格與 1 個白方格。選出的黑方格與白方格不在同一行也不在同一列，則選擇的方法有 ⑭⑮ 種。



— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

## 第貳部份：非選擇題（佔 27 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、在 1766 年，天文學家波德提出有名的『波德法則』：行星與太陽的平均距離  $d$ （天文單位）可以用數學式子  $d = \alpha + \beta \cdot 2^n$  表示。

行星所對應的  $n$  值如下表所示：(14 分)

行星	對應的 $n$ 值
金星	0
地球	1
火星	2
木星	4
土星	5
天王星	6

- (1) 設金星與太陽的平均距離為  $d_{\text{金}}$ ，請以  $\alpha$  及  $\beta$  表示  $d_{\text{金}}$ 。
- (2) 已知  $d_{\text{金}}$  為 0.7 天文單位，且火星與太陽的平均距離比金星與太陽的平均距離多 0.9（天文單位），求  $\alpha$  及  $\beta$ 。
- (3) 承上題，請求出地球與太陽的平均距離。

二、人們常用各種方式將原始的數字資料（稱為明碼）編成密碼來傳遞，下面是一種將明碼數組  $(a, b, c)$  轉換成密碼數組  $(x, y, z)$  的編碼公式：(13 分)

$$\begin{cases} x = b + 2c \\ y = 2a - b + c \\ z = -a + b \end{cases}$$

(1) 求明碼數組  $(1, 2, 3)$  的密碼數組。

(2) 求密碼數組  $(1, 2, 3)$  的原始數字資料（即明碼數組）。

(3) 已知密碼可透過一個三階方陣  $A$  來轉換成明碼，即  $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ ，求此三階

方陣  $A$ 。