大學入學考試中心

學科能力測驗 數學考科考試說明 (適用於99課綱)

中華民國 100 年 9 月

版權所有

學科能力測驗數學考科考試說明

目 錄

壹	`	測驗目標		1
貳	,	測驗內容		2
^,				
夂	,	計 題與例		
<i>y</i> -		政人位于门		_
17.1	ル	倒へ	Ar 上 101FA 刺 翎 花 47 101FA 於 国	,
竹	1Ŧ	一、学科	能力測驗數學考科測驗範圍	4

學科能力測驗 數學考科考試說明

民國 102 年開始,「學科能力測驗數學考科」將依據 99 學年度實施之「普通高級中學課程綱要」(簡稱「99 課綱」)命題¹。「學科能力測驗數學考科」主要是測驗高中階段學生的數學基本概念,以及使用這些概念解題的能力。測驗題型為電腦可讀的選擇或選填題。試題中所用到的數學名詞或概念,如非所有版本通用者,都將在試卷中加以說明。

壹、測驗目標

概念性知識、程序性知識和解決問題的能力是學生學習數學的三個層面,學科能力測 驗依此三個層面設定測驗目標,三者涉及的內涵大致如下:

一、測驗概念性知識

例如:能辨認某概念;能確認概念中的基本數學原理。

二、測驗程序性知識

例如:能讀圖、查表、或運用適當的公式與步驟解題。

三、測驗解決問題的能力

例如:能應用數學知識、選擇有效策略及推理能力解決問題,並能檢驗結果的合理性 與正確性。

1

¹ 99 學年度實施之「普通高級中學課程綱要」於民國 97 年 1 月 24 日發布, 係由 95 學年度實施之「普通高級中學課程暫行綱要」(簡稱「95 暫綱」)修訂而成。

貳、測驗內容

99課綱「數學」科目包括高一、高二的必修課程(即數學 I、II、III及IV),以及高三數學甲 I、II,與數學乙 I、II 的選修課程,其中數學IV分為A、B兩版,B版擴充了A版的內容,所增加的題材在課程綱要中以 \bigcirc 號區隔。

「學科能力測驗數學考科」主要是測驗高中階段學生的數學基本概念,以及使用這些概念直接解題的能力,所以試題所需計算大多不會太複雜、多數題目所需解題步驟較少。學科能力測驗考試數學考科的測驗範圍為高一、高二必修課程之 A 版範圍(詳見附件),其中包括:數與式、多項式函數、指數與對數函數、數列與級數、排列組合、機率、數據分析、三角、直線與圓、平面向量、空間向量、空間中的平面與直線、矩陣、二次曲線。

就 99 課綱學測數學考科試卷題型而言,學測數學考科的題型包括選擇題(單選題、 多選題)與選填題,各有不同的評量目標。其中,選擇題評量數學概念,並鼓勵學生根 據給予的選項作判斷;選填題則評量考生主動解題的能力。

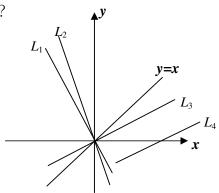
參、試題舉例

以下是學科能力測驗數學考科的一些試題示例,每一個示例均以主要的測驗目標標示,但各試題可能涉及多個測驗目標。

例1、概念性知識試題

坐標平面上四條直線 L_1, L_2, L_3, L_4 與 x 軸、y 軸及直線 y = x 的相關位置如圖所示,其中 L_1 與 L_3 垂直,而 L_3 與 L_4 平行。設 L_1, L_2, L_3, L_4 的方程式分別為 $y = m_1 x$, $y = m_2 x$, $y = m_3 x$ 以及 $y = m_4 x + c$ 。試問下列哪些選項是正確的?

- $(1) \, m_3 > m_2 > m_1$
- $(2) m_1 \cdot m_4 = -1$
- $(3) m_1 < -1$
- $(4) m_2 \cdot m_3 < -1$
- (5) c > 0



(98 學年度學測)

答案: 2,3,4

測驗內容:直線與圓

說明:

本題主要評量直線斜率相關性質,考生可藉由圖中直線的傾斜度及傾斜方向判定直線斜率的正負及大小,根據直線與坐標軸相交位置判定截距之正負,並且知道兩平行(或 垂直)直線之斜率關係,相關解法可參見98學年度學科能力測驗數學考科解析。

例 2、程序性知識試題

已知 a, b 為整數且行列式 $\begin{vmatrix} 5 & a \\ b & 7 \end{vmatrix} = 4$,則絕對值 |a+b| 為何?

(1) 16

(2) 31

(3) 32

(4)39

(5) 條件不足,無法確定

(99 學年度學測)

答案:3

測驗內容: 矩陣

說明:

本題主要在評量考生能否選擇適當程序來解題,考生只要利用行列式的定義,並且知道質數只能分解為1與自身的乘積(或其相反數),再由分解後的數值來得到答案,相關解法可參見99學年度學科能力測驗數學考科解析。

例 3、解決問題的能力試題

設 E_1 : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (其中 a > 0) 為焦點在 (3,0),(-3,0)的橢圓;

 E_2 :焦點在(3,0)且準線為x=-3的拋物線。

已知 E_1, E_2 的交點在直線x = 3上,則 $a = 29 + 30\sqrt{30}$ 。

(100 學年度學測)

答案: 3+3√2

測驗內容: 二次曲線

說明:

此題主要在評量考生能否融合拋物線的定義與橢圓方程式,先由題目所給數值寫出拋物線方程式,進而得到交點的 y 坐標。再由橢圓的性質知交點到兩焦點距離之和等於 2a,即可解出 a。涉及的概念為拋物線的定義、橢圓的性質,相關解法可參見 100 學年度學科能力測驗數學考科解析。

附件一、學科能力測驗數學考科測驗範圍

第一學年 數學 I (函數)、4 學分

主題	子題	內容	備註
	1.數與數線	1.1 數線上的有理點及其十進位表示	
		法	
- ,		1.2 實數系:實數的十進位表示法、四	1.2 不含非十進位的表示
數與式		則運算、絕對值、大小關係	法
式		1.3 乘法公式、分式與根式的運算	
	2.數線上的幾何	2.1 數線上的兩點距離與分點公式	
		2.2 含絕對值的一次方程式與不等式	
	1.簡單多項式函	1.1 一次函數	
	數及其圖形	1.2 二次函數	
		1.3 單項函數:奇偶性、單調性和圖形	1.3 僅介紹 4 次(含)以
		的平移	下的單項函數
	2.多項式的運算	2.1 乘法、除法(含除式為一次式的綜	2.1 不含最高公因式與最
	與應用	合除法)、除法原理(含餘式定理、	低公倍式、插值多項
=		因式定理)及其應用、插值多項式	式的次數不超過三次
多		函數及其應用	
一、多項式函	3.多項式方程式	3.1 二次方程式的根與複數系	3.1 不含複數的幾何意涵
函函		3.2 有理根判定法、勘根定理、 $√a$ 的	
數		意義	
		3.3 實係數多項式的代數基本定理、虛	
		根成對定理	
	4.多項式函數的	4.1 辨識已分解的多項式函數圖形及	4.1 不含複雜的分式不等
	圖形與多項式	處理其不等式問題	式
	不等式		

主題	子題	內容	備註
	1.指數	1.1 指數為整數、分數與實數的指數定	
		律	
	2.指數函數	2.1 介紹指數函數的圖形與性質(含定	
		義域、值域、單調性、凹凸性)	
	3.對數	3.1 對數的定義與對數定律	
Ξ		3.2 换底公式	3.2 换底公式不宜牽涉太
指數			過技巧性與不實用的
數、			問題
對數	4.對數函數	4.1 介紹對數函數的圖形與性質(含定	
函		義域、值域、單調性、凹凸性)	
數	5.指數與對數的	5.1 對數表(含內插法)與使用計算	5.1 不含表尾差
	應用	器、科學記號	
		5.2 處理乘除與次方問題	
		5.3 等比數列與等比級數	
		5.4 由生活中所引發的指數、對數方程	
		式與不等式的應用問題	
7.1	認識定理的敍述	介紹命題、充分條件、必要條件、充	不在命題範圍內
附 錄	與證明	要條件、反證法 $(含\sqrt{2}$ 為無理數的證	
		明)	

數學Ⅱ(有限數學)、4學分

主題	子題	內容	備註
_	1.數列	1.1 發現數列的規律性	1.1 只談實數數列、不含
,			二階遞迴關係
數列		1.2 數學歸納法	1.2 不等式型式的數學歸
列與級			納法置於數學甲/乙 [
級數			數列與極限中討論
- 数	2.級數	2.1 介紹Σ符號及其基本操作	
	1.邏輯、集合與	1.1 簡單的邏輯概念:介紹「或」、	
	計數原理	「且」、「否定」及笛摩根定律	
		1.2 集合的定義、集合的表示法與操	
		作	
_		1.3 基本計數原理(含窮舉法、樹狀	
		圖、一一對應原理)	
排 列		1.4 加法原理、乘法原理、取捨原理	
`	2.排列與組合	2.1 直線排列、重複排列	2.1 不含環狀排列
組合		2.2 組合、重複組合	
П			本章節要避免情境不合常
			理、過深、或同時涉及太
			多觀念的題型
	3.二項式定理	3.1 以組合概念導出二項式定理、巴	3.1 不含超過二項的展開
		斯卡三角形	式
	1.樣本空間與事	1.1 樣本空間與事件	
=	件		
= :	2.機率的定義與	2.1 古典機率的定義與性質	2.1 不含幾何機率
機率	性質		
	3.條件機率與貝	3.1 條件機率、貝氏定理、獨立事件	
	氏定理		
	1.一維數據分析	1.1 平均數、標準差、數據標準化	1.1 只談母體數據分析,
四、			不涉及抽樣,可用計
數據分析			算工具操作
	2.二維數據分析	2.1 散佈圖、相關係數、最小平方法	2.1 可用計算工具操作。
析			最小平方法的證明置
			於附錄
附	1.演算法	輾轉相除法、二分逼近法	不在命題範圍內
錄		最小平方法的證明	不在命題範圍內
彩 水	2·取(1) // // // // // // // // // // // // //	4人 1 // /△ 日 1 0年 7/1	广1年中 松 魁 闰 门

第二學年 數學 III (平面坐標與向量)、4 學分

主題	子題	內容	備註
	1.直角三角形的	1.1 直角三角形的邊角關係(正弦、	
	邊角關係	餘弦)、平方關係、餘角關係	
	2.廣義角與極坐	2.1 廣義角的正弦、餘弦、正切、平	2.1 cot, sec, csc 置於數學
	標	方關係、補角	甲I、數學乙I
_		2.2 直角坐標與極坐標的變換	
、三角	3.正弦定理、餘	3.1 正弦定理、餘弦定理	
角	弦定理		
	4.差角公式	4.1 差角、和角、倍角、半角公式	4.1 不含和差化積、積化
			和差公式
	5.三角測量	5.1 三角函數值表	5.1 可使用計算器求出三
		5.2 平面與立體測量	角函數值
	1.直線方程式及	1.1 點斜式	
	其圖形	1.2 兩線關係 (垂直、平行、相交)、	
= ,		聯立方程式	
直	2.線性規劃	2.1 二元一次不等式	
直線與日		2.2 線性規劃(目標函數為一次式)	
圓	3.圓與直線的關	3.1 圓的方程式	
	係	3.2 圓與直線的相切、相割、不相交	3.2 不含兩圓的關係
		的關係及其代數判定	
	1.平面向量的表	1.1 幾何表示、坐標表示,加減法、	
	示法	係數乘法	
		1.2 線性組合、平面上的直線參數式	
三、平面向量	2.平面向量的內	2.1 內積與餘弦的關聯、正射影與	
	積	高、柯西不等式	
		2.2 直線的法向量、點到直線的距	
		離、兩向量垂直的判定	
	3.面積與二階行	3.1 面積公式與二階行列式的定義與	
	列式	性質、兩向量平行的判定	
		3.2 兩直線幾何關係的代數判定、二	
		階克拉瑪公式	

數學 IV (線性代數)、4 學分

註:數學 IV 分為 A、B 兩版, B 版擴充了 A 版的內容, 所增加的題材在課程綱要中以 ◎號區隔。因為該部分題材皆不在學測命題範圍內, 所以下表中已移除。

	<u> </u>	7) 及	县材皆不在学測命題範圍內,所以	1 1	T U 按陈。
主題	子題		內容		備註
	1.空間概念	1.1	空間中兩直線、兩平面、及直線	1.1	僅作簡單的概念性介
			與平面的位置關係		紹
	2.空間向量的坐	2.1	空間坐標系:點坐標、距離公式		
	標表示法	2.2	空間向量的加減法、係數乘法,		
-			線性組合		
空間	3.空間向量的內	3.1	內積與餘弦的關聯、正射影與		
間向	積		高、柯西不等式、兩向量垂直的		
向量			判定		
	4.外積、體積與	4.1	外積與正弦的關聯、兩向量所張		
	行列式		出的平行四邊形面積		
		4.2	三向量所張出的平行六面體體積		
=	1.平面方程式	1.1	平面的法向量、兩平面的夾角、		
n'e			點到平面的距離		
空間	2.空間直線方程	2.1	直線的參數式、直線與平面的關		
中的	式		係		
平面	3.三元一次聯立	3.1	消去法		
與直	方程組				
自線					
Ξ		1.1	高斯消去法(含矩陣的列運算)	1.1	重點在於矩陣三角化
`	矩 陣				的演算法
矩 陣	2.矩陣的運算	2.1	矩陣的加法、純量乘法、乘法		
	3.矩陣的應用	3.1	轉移矩陣、二階反方陣		
四	1.抛物線	1.1	拋物線標準式	不	含斜或退化的二次曲
	2.橢圓	2.1	橢圓標準式(含平移與伸縮)	線	;不含直線與二次曲線
一 次	3.雙曲線	3.1	雙曲線標準式(含平移與伸縮)	的	關係(指弦與切線);
曲線				不	含圆錐曲線的光學性
•				質	