

大學入學考試中心

學科能力測驗  
數學考科考試說明

中華民國九十六年九月

版權所有

# 學科能力測驗數學考科考試說明

## 目 錄

---

---

壹 測驗目標 .....	1
貳 測驗內容 .....	1
參 試題舉例 .....	2
附錄 九五數學課程綱要 .....	4

# 學科能力測驗

## 數學考科考試說明

「學科能力測驗數學考科」主要是測驗高中階段學生的基本概念，以及使用這些概念直接解題的能力，所以試題所需計算大多不會太複雜、多數題目所需解題步驟較少，題型為電腦可讀的選擇或選填題。此外，由於各版本的用詞及符號使用或有不同，可能會有所爭議，有鑑於此，試題中所用到的數學名詞或概念，如非所有版本通用者，都將在試卷中加以說明。

### 壹、測驗目標

概念性知識、程序性知識和解決問題的能力是學生學習數學的三個層面，學科能力測驗依此三個層面設定測驗目標，三者涉及的內涵大致是：

#### 一、概念性知識：

例如：能辨認某概念；能確認概念中的基本數學原理。

#### 二、程序性知識：

例如：能讀圖、查表、或運用適當的公式與步驟。

#### 三、解決問題的能力：

例如：能應用數學知識、選擇有效策略及推理能力解決問題，並能檢驗結果的合理性與正確性。

### 貳、測驗內容

為因應民國九十五年正式實施的「普通高級中學課程暫行綱要」(民國九十三年八月三十一日發布、民國九十四年一月二十日修正發布，本文簡稱「九五課綱」)，學科能力測驗考試數學考科的測驗範圍，為高一、高二必修課程(詳見附錄)，其中包括：數與坐標系、數列與級數、多項式、指數與對數、三角函數的基本概念、三角函數的性質與應用、向量、空間中的直線與平面、圓與球面的方程式、圓錐曲線、排列組合、機率與統計(I)。

## 參、試題舉例

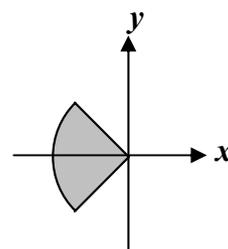
以下是學科能力測驗數學考科的一些試題示例，每一個示例均以主要的測驗目標標示，但各試題可能涉及多個測驗目標。

## 例 1、概念性試題

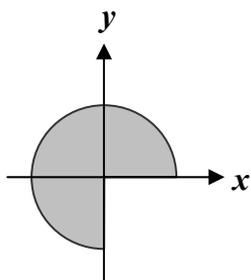
右圖陰影部分所示為複數平面上區域

$$A = \{ z : z = r(\cos \theta + i \sin \theta), 0 \leq r \leq 1, \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4} \} \text{ 之略圖。}$$

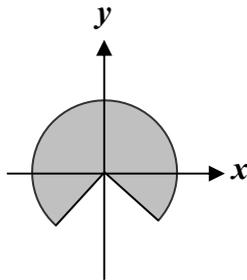
令  $D = \{ w : w = z^3, z \in A \}$ ，試問下列選項中之略圖，何者之陰影部分與區域 D 最接近？



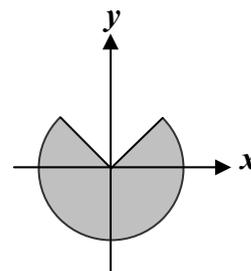
(1)



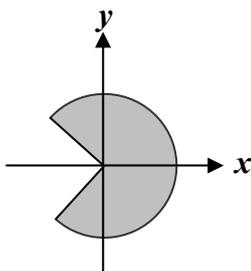
(2)



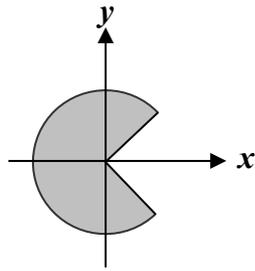
(3)



(4)



(5)



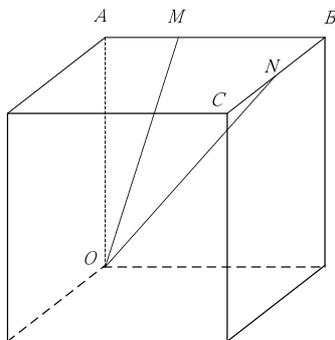
出處：93 學年度學科能力測驗單選題第 3 題

說明：本題主要在測驗考生能否運用棣美弗定理及瞭解複數在複數平面的表示法，來得知區域 D 代表的陰影部分。

**例 2、程序性試題**

下圖為一正立方體，若  $M$  在線段  $\overline{AB}$  上， $\overline{BM} = 2\overline{AM}$ ， $N$  為線段  $\overline{BC}$  之中點，則

$$\cos \angle MON = \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{15}\textcircled{16}} \sqrt{10}。 \text{(分數要化成最簡分數)}$$



出處：95 學年度學科能力測驗選填題第 B 題

說明：此題主要是評量考生能否選擇適當的程序來進行運算，利用設定坐標，或用畢氏定理直接求出線段長，接著再利用餘弦定理或內積公式來求解。

**例 3、解決問題的能力試題**

坐標平面上有一以點  $V(0, 3)$  為頂點、 $F(0, 6)$  為焦點的拋物線，設  $P(a, b)$  為此拋物線上一點， $Q(a, 0)$  為  $P$  在  $x$  軸上的投影，滿足  $\angle FPQ = 60^\circ$ ，則  $b = \underline{\textcircled{38}\textcircled{39}}$ 。

出處：96 學年度學科能力測驗選填題第 H 題

說明：本題評量考生是否能融合拋物線的方程式與其圖形，涉及的概念主要為拋物線的定義，以及距離概念，以及內積夾角公式。

## 附錄：九五數學課綱

## 第一學年

主題	主要內容	說明
一、 數與坐標系	1.整數 2.有理數與實數 3.平面坐標系 4.複數與複數平面	1-1 含因數、倍數與輾轉相除法。 2-1 介紹無理數如 $\sqrt{n}$ 和 $\pi$ ，其中 $n$ 為非完全平方的正整數。含 $\sqrt{2}$ 是無理數的證明。 2-2 介紹基本的根式運算如 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 等。含分母為 $\sqrt{n} \pm \sqrt{m}$ 時的有理化，其中 $n, m$ 為正整數。 3-1 複習平面坐標系，直線方程式，並介紹斜率。 3-2 以兩直線的關係說明二元一次方程組求解的幾何意義。 4-1 介紹 $i$ 的由來，含一元二次方程式根的討論，特別是判別式小於 $0$ 之情形。 4-2 介紹複數平面和複數的四則運算。複數平面只是強調一一對應關係。
二、 數列與級數	1.等差級數與等比級數 2.無窮等比級數與循環小數 3.數學歸納法	1-1 含數列與級數的基本概念。 2-1 介紹最基本的極限概念。 3-1 介紹數學歸納法並應用於證明。

主題	主要內容	說明
三、 多項式	1.多項式的四則運算 2.餘式定理、因式定理 3.最高公因式與最低公倍式 4.多項式函數 5.多項式方程式 6.多項式不等式	1-1 含綜合除法。 2-1 含整係數多項式的一次因式檢驗法。 3-1 利用輾轉相除法求最高公因式。 4-1 含一次、二次多項式函數的圖形。 5-1 含代數基本定理的介紹，勘根定理和實係數多項式方程式虛根成對定理。 6-1 瞭解已分解為一次因式乘積的多項式在實數線上恆正、恆負的區間。
四、 指數與對數	1.指數 2.指數函數及其圖形 3.對數 4.對數函數及其圖形 5.查表、內插法	4-1 指數與對數互為反函數的意義以公式直接表達，不一定要提反函數這三個字，但要在坐標平面上同時呈現這兩個函數的圖形。 5-1 可用電算器求出指數函數與對數函數的值。

主題	主要內容	說明
五、三角函數的基本概念	1.銳角三角函數 2.三角函數的基本關係 3.簡易測量與三角函數值表 4.廣義角的三角函數 5.正弦定理與餘弦定理 6.基本三角測量	1-1 先處理有一個銳角為 $30^\circ$ ，或 $45^\circ$ 的直角三角形邊角性質。 2-1 倒數關係、平方關係、商數關係、餘角關係。 3-1 可用電算器求出三角函數值。
六、三角函數的性質與應用	1.三角函數的圖形 2.和角公式 3.倍角、半角公式 4.正餘弦函數之疊合 5.複數的極式	1-1 含弧度。三角函數的圖形只談正弦、餘弦和正切。 2-1 含積化和差公式。 4-1 以實例說明疊合的意義。 5-1 介紹向徑、輻角與極坐標之概念，含棣美弗定理，1 的 n 次方根。

## 第二學年

主題	主要內容	說明
一、 向量	1.有向線段與向量 2.向量的基本應用 3.平面向量的坐標表示法 4.平面向量的內積	1-1 含向量的加法、減法、係數積與內積等運算。 2-1 含向量在平面幾何證明題上的應用，如三角形兩邊中點連線定理、平行四邊形定理。 3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算以及分點坐標、直線的參數式。 4-1 含柯西不等式、正射影、兩直線的夾角、點到直線的距離。
二、 空間中的 直線與平面	1.空間概念 2.空間坐標系 3.空間向量的坐標表示法 4.平面方程式 5.空間直線方程式 6.一次方程組	1-1 空間中直線與直線、直線與平面、和平面與平面的位置關係。 3-1 含加法、減法、係數積與內積等運算，柯西不等式，正射影。 4-1 含法向量、平面的夾角、點到平面的距離。 5-1 含直線的參數式、點到直線的距離、平行線的距離、歪斜線的公垂線段長。 6-1 限二元、三元。 6-2 含高斯消去法。 6-3 以解文字為係數的二元一次方程組介紹克拉瑪公式和二階行列式。 6-4 以二階行列式求平面上平行四邊形的面積。

主題	主要內容	說明
三、圓與球面的方程式	1.圓的方程式 2.圓與直線的關係 3.球面方程式 4.球面與平面的關係	
四、圓錐曲線	1.圓錐曲線名詞的由來 2.拋物線(標準式) 3.橢圓(標準式) 4.雙曲線(標準式) 5.圓錐曲線的光學性質	4-1 含漸近線。
五、排列、組合	1.集合元素的計數 2.加法原理、乘法原理 3.排列 4.組合 5.二項式定理 6.遞迴關係	1-1 含排容原理。       5-1 以組合概念導出。   6-1 遞迴關係以 $a_n = \alpha a_{n-1} + f(n)$ 及 $a_n = \beta a_{n-1} + \gamma a_{n-2}$ 的形式為主，其中 $\alpha, \beta, \gamma$ 為常數， $f(n)$ 是次數小於 3 的多項式。

主題	主要內容	說明
六、 機率與統計 (I)	1.事件與集合  2.機率的性質  3.數學期望值  4.統計資料的來源  5.分析一維數據  6.信賴區間與信心水準的解讀	1-1 集合簡介。  1-2 樣本空間與事件。  4-1 觀測研究、抽樣調查、實驗。需介紹及使用亂數表，抽樣調查法需含簡單隨機抽樣法。  5-1 圖表編製，數據集中趨勢，數據離散趨勢，整合集中與離散趨勢，以瞭解數據的全貌。  6-1 常態分配及 68-95-99.7 規律。僅需處理二元資料，不必引進機率模型，以教學活動瞭解信賴區間與信心水準的解讀。