

大學入學考試中心
學科能力測驗參考試卷
(適用於99課綱)

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{8}{\square}$ 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而答案是 $\frac{7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 $\frac{7}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

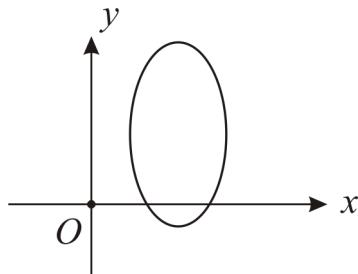
第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 35 分）

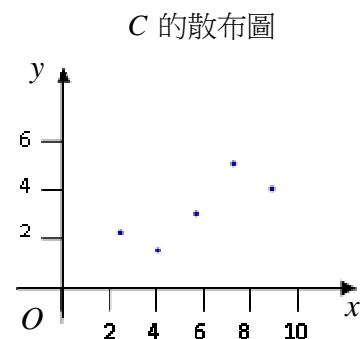
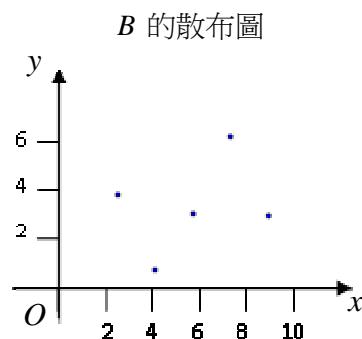
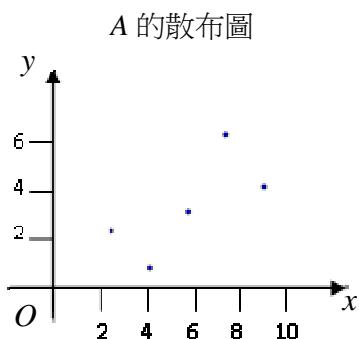
說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列何者最可能是以下圖形的方程式？

- (1) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
 - (2) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
 - (3) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$
 - (4) $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
 - (5) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$



2. 設 A, B, C 是三組資料，其散布圖由左至右排列如下：



若 A 組資料與 B 組資料的相關係數分別為 0.7 與 0.3，則下列何者最可能是 C 組資料的相關係數？

3. 若坐標平面上三點 $A(a,4), B(2b,1), C(2c,7)$ 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ，則三角形 ABC 重心的 x 坐標之最大值為多少？

(1) $\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) 3 (4) 9 (5) 27

4. 下列哪一個選項的圖形最有可能是函數 $y = \log_{\frac{1}{10}} x$ 的部分圖形？

(1)



(2)



(3)



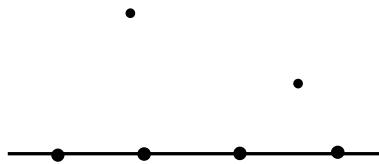
(4)



(5)



5. 如圖所示，平面上有 6 個點，若其中恰有 4 點共線，其餘任 3 點都不共線，則隨機選 3 點能形成一個三角形的機率為何？



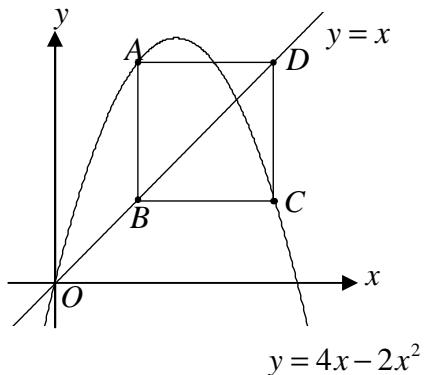
(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5) $\frac{7}{10}$

6. 有一組骨牌，第一張重 1 公克，以後每張重量擴大為前一張的 1.5 倍。若地球質量為 5.976×10^{27} 公克，則首次比地球還重的骨牌是第幾張？

(1) 139 (2) 149 (3) 159 (4) 169 (5) 179

7. 如圖所示， A, C 為二次函數 $y = 4x - 2x^2$ 上的兩相異點， B, D 為直線 $y = x$ 上的兩相異點。若 $ABCD$ 為正方形，且點 A 的坐標為 (a, b) ，則 $a + b$ 的值為下列何數？

- (1) 5
- (2) $\frac{5}{2}$
- (3) $\sqrt{5}$
- (4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (5) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$



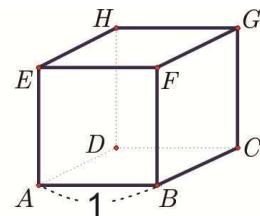
二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 若 ΔABC 的三邊邊長分別為 a, b, c ，請選出必為正數的選項。
- (1) $\sin C$
 - (2) $\cos C$
 - (3) $a + b - c$
 - (4) $a^2 + b^2 - c^2$
 - (5) $\tan C$
9. 設 $\sqrt{14 - 4\sqrt{10}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b 。請選出正確的選項。
- (1) $a + b = \sqrt{14 - 4\sqrt{10}}$
 - (2) $a = 1$
 - (3) $b = \sqrt{10} - 2$
 - (4) $a - b = \sqrt{14 + 4\sqrt{10}}$
 - (5) $a + \frac{1}{b} = 4 + \sqrt{10}$

10. 正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長為 1，如圖所示，在此正立方體的 8 個頂點中任選 3 個相異的頂點圍成一個三角形。關於這些三角形，請選出正確的選項。

- (1) 可圍成的三角形共有 56 個
- (2) 可圍成的三角形中，有 36 個為直角三角形
- (3) 可圍成的三角形中，最大面積為 $\sqrt{3}$
- (4) 可圍成的三角形中，面積最大者為銳角三角形
- (5) 可圍成的三角形中，最小面積為 1



11. 設三次實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x-1, x-2, x-3$ 所得餘式分別為 1, 2, 4，且令二次多項式 $g(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + 2 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + 4 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8}$
- (2) $f(5) = g(5)$
- (3) $f(x)$ 除以 $x-4$ 的餘式為 7
- (4) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 x
- (5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $g(x)$

12. 設 $O(0,0,0)、A(1,0,0)、B(0,2,0)、C(0,0,3)$ 為坐標空間中四點。請選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$
- (2) $|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = 2$
- (3) $(\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OA} = 6$
- (4) $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}) \perp \overrightarrow{AC}$
- (5) 三向量 $\overrightarrow{AB}、\overrightarrow{BC}$ 與 \overrightarrow{CA} 所張之平行六面體的體積大於 1

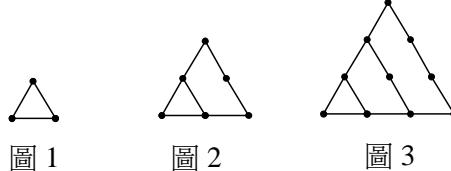
13. 某高中根據歷屆學生的成績記錄，得到下列的結論：該校每一屆的學生，在這個學期數學成績及格者，有 80% 的比例在下一個學期數學成績也會及格；這個學期數學成績不及格者，有 60% 的比例在下一個學期數學成績會及格。某一屆學生在校三年學生總數固定，假設在校期間第 n 個學期及格的比例為 a_n ，不及格的比例為 b_n ，令 $X_n = \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，且 $X_{n+1} = AX_n$ 。請選出正確的選項。

- (1) $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$
- (2) 某一屆學生在高一上學期有 90% 的學生數學成績及格，則此屆學生在高一下學期數學成績及格比例為 78%
- (3) 從高一下學期起，這個學校學生的數學成績及格比例恆大於 0.5
- (4) 這個學校每一屆學生從高一到高三的數學成績及格比例會越來越低
- (5) 若某一屆學生在高中六個學期內，每學期的數學成績及格比例要維持不變，則高一上學期的數學成績及格比例必須為 0.75

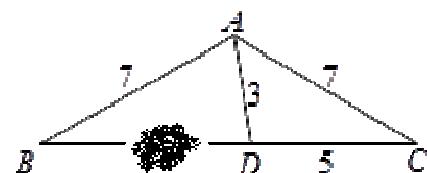
第二部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14–29)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 用木棒依照下列的規則排成若干圖形，在圖 1 中，用 3 根木棒；圖 2 中，使用了 7 根木棒；圖 3 中，需要 12 根木棒，……，依此類推。則圖 10 需要 (14) (15) 根木棒。



- B. 小明在作幾何圖形時，不小心沾到油漬，除 \overline{BD} 的長度無法得知外，其它的長度為 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，如下圖所示。
則 \overline{BD} 的長為 (16)。



C. 若圓通過 $O(0,0)$, $A(3,0)$, $B(0,k)$ 三相異點，且過點 O 的切線斜率為 2，則

$$k = \frac{\underline{\substack{\textcircled{17} \textcircled{18}}}}{\textcircled{19}} \text{。}$$

D. 設集合 $A = \{(a,b,c) | a,b,c \text{為正整數且 } a+b+c=12\}$ 。在 A 中每一序對被抽中的機率均等

的條件下，從 A 中隨機抽取一序對 (a,b,c) ，發生 $a < b < c$ 的機率為 $\frac{\underline{\substack{\textcircled{20}}}}{\underline{\substack{\textcircled{21} \textcircled{22}}}}$ 。

(以最簡分數表示)

E. 若 O 為平面坐標上的原點，且 $A(1,0), B(1,2), C(4,8), D(4,0)$ ，則區域

$S = \{P | \overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ 與四邊形 $ABCD$ 重疊部分的面積為 $\underline{\substack{\textcircled{23}}}$ 。

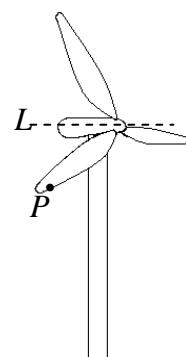
F. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(2,0), B(6,8), C(4,12), D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。若目標函數 $k = ax + by + 18$

(a, b 為實數) 在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $(5,6)$ 有最大值 22，則 $a = \underline{\substack{\textcircled{24}}}$ ，

$b = \underline{\substack{\textcircled{25} \textcircled{26}}} \text{。}$

G. 風力發電機的葉片是垂直裝置於旋轉軸上，設此旋轉軸為直線 $L: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ ，如圖所示。若葉片上有一點 $P(4,1,-2)$ 經旋轉後，軌跡是一個圓，則此圓所在的平面方程式為

$$\underline{\substack{\textcircled{27}}} x - 2y + \underline{\substack{\textcircled{28}}} z = \underline{\substack{\textcircled{29}}} \text{。}$$



參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解 : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_2 \neq x_1$
4. 等比數列 $\langle ar^{k-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, $r \neq 1$
5. 級數公式 : $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
6. 三角函數的和角公式 : $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
7. ΔABC 的正弦定理 : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, R 為 ΔABC 的外接圓半徑
8. 算術平均數 : $\mu = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
標準差 : $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu^2)}$
9. 參考數值 : $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\sqrt{10} \approx 3.162$, $\pi \approx 3.142$
10. 對數值 : $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5.976 \approx 0.7764$