

107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷一)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	2
	A-2	2	3
題組 B	B-1	3	1,2,4
	B-2	4	1,2,5
	B-3	5	1
		6	9
題組 C	C-1	7	3,5
	C-2	8	1,2,3,4

【C-3 參考答案】

(1) $\vec{OP} = (4, 4, 12)$ 為平面 E 的法向量，

$$\text{得平面 } E : 4(x-4) + 4(y-4) + 12(z-12) = 0,$$

$$\text{即 } x + y + 3z = 44.$$

(2) 因此，衛星 $X(x, y, y)$ 到平面 E 的距離為

$$d(X, E) = \frac{|x + y + 3y - 44|}{\sqrt{11}} = \frac{|x + 4y - 44|}{\sqrt{11}}.$$

$$\text{又由柯西不等式 } 9 = (x^2 + 2y^2)(1^2 + 2 \cdot 2^2) \geq (x + 4y)^2,$$

$$\text{得知： } -3 \leq x + 4y \leq 3.$$

$$\text{因此，所求距離最小值等於 } \frac{|3 - 44|}{\sqrt{11}} = \frac{41\sqrt{11}}{11}.$$

107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷二)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	2
	A-2	2	2,3,4
題組 B	B-1	3	1,4,5
	B-2	4	2,5
	B-3	5	5
題組 C	C-1	6	4

【C-2 參考答案】

每個城市有三家分店，六個城市則共設 18 間分店，21 間分店變僅餘 3 間分店可任意分配。滿足題意的分配方式有以下三種情況：

設店方式 1.

分店數	3	6
城市數	5	1

全部共需要快遞路線為 $\frac{1}{2} \times [5 \times (3 \times 18) + 1 \times (6 \times 15)] = 180$ 。

設店方式 2.

分店數	3	4	5
城市數	4	1	1

全部共需要快遞路線為 $\frac{1}{2} \times [4 \times (3 \times 18) + 1 \times (4 \times 17) + 1 \times (5 \times 16)] = 182$ 。

設店方式 3.

分店數	3	4
城市數	3	3

全部共需要快遞路線為 $\frac{1}{2} \times [3 \times (3 \times 18) + 3 \times (4 \times 17)] = 183$ 。

經由上述討論說明，可以知道最少快遞路線為 180 條。

107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷三)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	1
	A-2	2	5
題組 B	B-1	3	4
	B-2	4	4
	B-3	5	3,5
題組 C	C-1	6	1,2,3,5

【C-2 參考答案】

(解法一)

1. 令 $f(x) = C(x) - (18x - 4g(x))$ ，則 $f(x)$ 是三次多項式函數，且首項係數為 $\frac{1}{2}$ 。

由已知條件： $f(1) = f(2) = f(3) = 0$ 。因此，由因式定理可得：

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3)。$$

由此可得：

$$C(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3) + 18x - 4g(x)。$$

因此，

$$g(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3) + 18x - C(x) \right) = -x^2 + 6x - 2。$$

2. 又 $g(x) = -x^2 + 6x - 2 = -(x-3)^2 + 7 \leq 7$ ，

得知：當 $x=3$ 時（即每月進貨 3 台儀器），該經銷商可獲利 $g(x)$ 的最大金額為 $g(3) = 7$ 萬元。

(解法二)

設 $g(x) = dx^2 + ex + f$

因 $C(x) = \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x + 5$ ，又 $C(x) = 18x - 4g(x)$ ，其中 $x = 1, 2, 3$ ，

可得

$$6 = C(1) = 18 - 4g(1) = 18 - 4(d + e + f)，$$

$$12 = C(2) = 36 - 4g(2) = 36 - 4(4d + 2e + f)，$$

$$26 = C(3) = 54 - 4g(3) = 54 - 4(9d + 3e + f)。$$

解得 $d = -1, e = 6, f = -2$ 。

故 $g(x) = -x^2 + 6x - 2 = -(x-3)^2 + 7 \leq 7$ ，

得知：當 $x = 3$ 時（即每月進貨 3 台儀器），該經銷商可獲利 $g(x)$ 的最大金額為 $g(3) = 7$ 萬元。

107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷四)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	5
	A-2	2	6
		3	1
		4	2
		5	5
題組 B	B-1	6	3
	B-2	7	4
	B-3	8	9
		9	8
	B-4	10	4

【非選擇題參考答案】

(1) 由畢氏定理可得 $\sqrt{(6 \div 2)^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

(2) 因為 P 點到兩點 $(-2,0)$ 和 $(2,0)$ 的距離和恆為 6，得 $2a = 6$ ，即

$a = 3$ ；由圖可知 $c = 2$ ， $b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ ，

故方程式為 $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$ ，即 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 。

107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷五)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	3
	A-2	2	4
	A-3	3	1
		4	2
		5	5
題組 B	B-1	6	1,3,4
	B-2	7	2,3,4

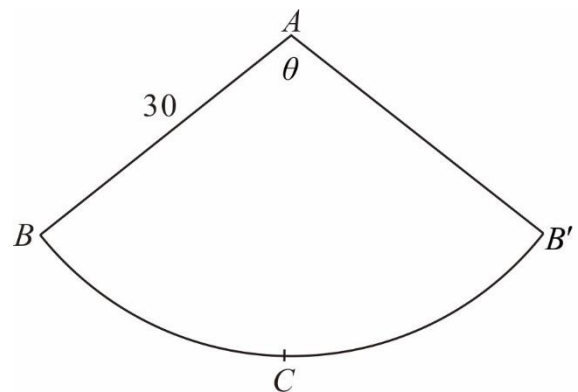
【非選擇題參考答案】

(1) 將此正圓錐帽展開可得右列扇形，
其中 BCB' 之弧長為 20π (公分)，

$$\text{所以 } \angle BAB' = \theta = \frac{20\pi}{30} = \frac{2\pi}{3},$$

$$\text{故此扇形面積為 } \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times 30^2$$

$$= 300\pi \text{ (平方公分)}$$



(2) 由右圖知彩帶的最短長度為 $2\overline{PQ}$,

已知 $\overline{AP}=10$, $\overline{AQ}=20$, 且由題(1)得 $\angle PAQ = \frac{1}{2}(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\pi}{3}$

由餘弦定理知：

$$\overline{PQ}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AQ}^2 - 2\overline{AP} \cdot \overline{AQ} \cdot \cos \angle PAQ$$

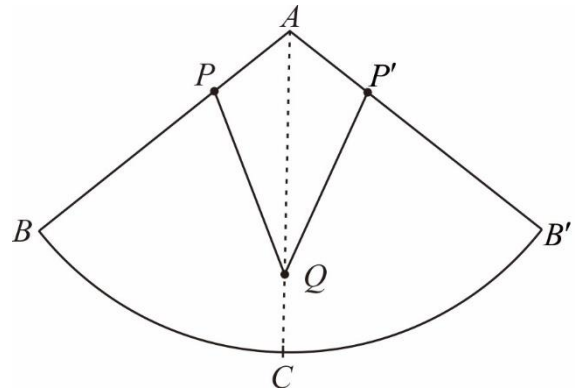
$$= 100 + 400 - 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 500 - 400 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 300$$

所以 $\overline{PQ} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

$$2\overline{PQ} = 20\sqrt{3}$$



107 年研究用試卷

數學考科參考答案

(卷六)

題號		列號	答案
題組 A	A-1	1	4
	A-2	2	1
		3	5
		4	0
題組 B	B-1	5	4
	B-2	6	2
	B-3	7	1,3,4
題組 C	C-1	8	5

【C-2 參考答案】

(1)將題意列表如下

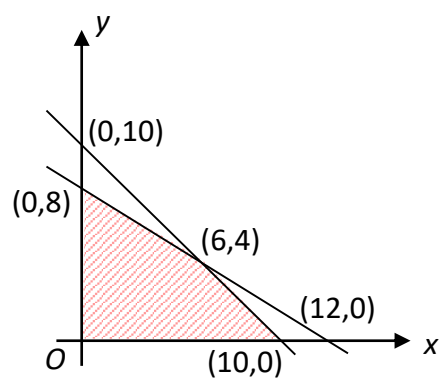
	食物	生產	分數
銅礦區	2	2	4
鐵礦區	3	5	5

設各派 x 人與 y 人去銅礦區和鐵礦區，得線性規劃不等式為

$$\begin{cases} x+y \leq 10 \\ 2x+3y \leq 24, \text{ 其中 } x、y \text{ 為整數} \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

玩家可得到的分數為 $4x+5y$

(2)將以上二元一次不等式畫圖如下。



目標函數為 $4x+5y$ ，利用頂點法得

x	y	$4x+5y$
6	4	44
0	8	40
10	0	40

故銅礦區派 6 人，鐵礦區派 4 人，可獲得最高的分數 44 分。